دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری
پژوهشنامه مدیریت حوزه آبخیز

استخراج هیدروگراف واحد لحظه‌ای (*IUH*) با استفاده از تئوری آنتروپی شانون

محمدعلی قربانی[۱]، حکیمه اسدی[۲]، حسین جباری خامنه‌ای[۳] و داود فرسادی زاده[۴]

۱- دانشیار، دانشگاه تبریز، (نویسنده مسوول: ghorbani@tabrizu.ac.ir)
۲، ۳ و ۴- دانشجوی کارشناسی ارشد، استادیار و دانشیار، دانشگاه تبریز

تاریخ دریافت: ۹۲/۱/۲۸ تاریخ پذیرش: ۹۲/۷/۸

چکیده

هیدروگراف واحد لحظه‌ای یا (*IUH*) هیدروگرافی است که در محاسبه هیدروگراف رواناب سطحی حوزه‌های آبخیز مورد استفاده قرار گرفته و اخیرا علاوه بر روش‌های مرسوم، تئوری آنتروپی شانون جهت محاسبه آن مورد توجه قرار گرفته است. اگر آنتروپی معیاری از میزان آشفتگی یک سیستم تعریف شود، آنگاه شاخص آنتروپی احتمال وقوع یک رخداد را بیان خواهد نمود. در این تئوری با تعریف زمان‌های پیمایش حوزه آبخیز به‌عنوان متغیر تصادفی و ماکزیمم نمودن رابطه آنتروپی بر اساس این پارامتر و همچنین لحاظ نمودن قیودها، میزان حداقل اریب تابع توزیع احتمالاتی و پارامترهای *IUH* حاصل گردیده و نهایتا معادله کاربردی *IUH* بدست می‌آید. در این مطالعه شش رویداد از حوزه معرف آبخیز لیقوان واقع در شمال غرب کشور مورد بررسی قرار گرفته است. پس از محاسبه زمان پیمایش و تعیین پارامترهای *IUH* بر اساس تئوری آنتروپی، معادله (*IUH*) کاربردی استخراج و نهایتاً هیدروگراف رواناب مستقیم محاسبه گردید. جهت بررسی بیشتر نیز از روش هیدروگراف واحد ناش جهت برآورد *IUH* و هیدروگراف رواناب مستقیم استفاده شد. نتایج گویای عملکرد قابل قبول روش آنتروپی با میانگین خطای اوج ۱۷/۳۵ درصد، متوسط ضریب همبستگی ۰/۸۲۸، شاخص آنتروپی ۲/۴۷ نات و ضریب نش- ساتکلیف ۰/۷۴۲ می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: هیدروگراف واحد لحظه‌ای، آنتروپی شانون، روش هیدروگراف واحد ناش، حوزه آبخیز لیقوان

مقدمه

طبق تعریف، هیدروگراف واحد لحظه‌ای[۱] (*IUH*) هیدروگراف حاصل از بارشی به عمق واحد در یک مدت زمان بسیار کوتاه می‌باشد (۱۰). روش‌های متعددی جهت استخراج (*IUH*) وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش‌های تبدیل لاپلاس، تبدیل فوریه (۱۷،۵)، روش‌های هیدروگراف واحد مصنوعی (۲۳،۲۲،۵،۲)، روش‌های مبتنی بر تئوری سیستم‌های خطی (۱۲،۳)، روش‌های تلفیق تئوری سیستم‌های خطی با ژئومورفولوژیکی (۱۵،۶) و روش‌های بر مبنای

1- Instantaneous Unit Hydrograph

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

معادلات جبری یا توابع توزیع احتمالاتی اشاره نمود (۲۴،۱۴،۱۱،۹،۱). اخیرا وی پی سینگ (۲۱) از تئوری آنتروپی جهت استخراج (*IUH*) در دو حوزه واقع در هاستینگ، نبراسکا استفاده و با فرض زمان پیمایش به عنوان یک متغیر تصادفی، یک معادله عمومی برای (*IUH*) استخراج کرد. مقایسه هیدروگراف‌های رواناب سطحی محاسباتی بر اساس معادله (*IUH*) با هیدروگراف‌های مشاهداتی حاکی از دقت قابل قبول در شبیه‌سازی هیدروگراف واحد لحظه‌ای و سیلاب‌ها دارد.

آنتروپی شانون و یا آنتروپی اطلاعی یک معیار کمی از عدم قطعیت وابسته به یک توزیع احتمال یا مفهوم اطلاعات از توزیع بر حسب آنتروپی است که در بخش مواد وروشها مفصلا بحث شده است. از لحاظ تاریخ کاربرد آنتروپی در منابع آب و محیط زیست، سینگ و فیورنتینو (۱۸)، سینگ (۱۹) و هارمان چگلو و سینگ (۸) استفاده از آنتروپی در منابع آب را مطرح گردیده است. همچنین سینگ (۲۰) از تئوری آنتروپی برای فرموله نمودن حرکت عمودی و یک بعدی رطوبت در خاک غیراشباع استفاده نموده است هاوو و سینگ (۷) با استفاده از تئوری آنتروپی روش جدیدی برای شبیه‌سازی جریان ماهانه حوزه آبخیز کلرادو به کار برده، که نتایج قابل قبولی بدست داده است. استفاده از تئوری آنتروپی در (*IUH*) دو مزیت اساسی دارد نخست اینکه، این تئوری توانایی ارتباط دادن حالت کمی عدم قطعیت به یک فرم خاص از (*IUH*) را دارا می‌باشد، دوم، می توان پارامترهای (*IUH*) را از طریق اطلاعات مشخصی از حوزه معین نمود. هدف از این مطالعه استفاده از این تئوری برای استخراج معادله عمومی (*IUH*) بر اساس اطلاعات محدود معین و برآورد هیدروگراف های واحد لحظه‌ای و سیلاب‌ها در حوزه آبخیز معرف لیقوان واقع در شمالغرب ایران و مقایسه آن بانتایج روش مرسوم هیدروگراف واحد ناش می‌باشد.

مواد و روش‌ها

مفهوم آنتروپی

شانون (۱۶) مفهوم اطلاعات علمی یا آنتروپی اطلاعاتی را تحت عنوان آنتروپی شانون معرفی کرد. آنتروپی را می‌توان به عنوان معیاری از میزان آشفتگی در داخل یک سیستم تعریف نمود. وجود اطلاعات مشخص در یک مسئله که سبب کاهش و یا از بین رفتن عدم قطعیت می‌گردد، می تواند بعنوان یک شاخصی در فرمول‌بندی آنتروپی استفاده شود. این شاخص برای یک توزیع احتمالاتی $p_i = \{p_1, p_2, ... p_N\}$ ، به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$H(p_1, p_2, ..., p_N) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_b p_i \quad (۱)$$

که در آن $p_1, p_2, ... p_N$ مقادیر احتمال برای N پیشامد از یک آزمایش تصادفی با مقادیر ($x_i, i = 1, 2, ..., N$) از متغیر تصادفی X می‌باشد. محتمل‌ترین حالت آماری متناظر با ماکزیمم آنتروپی است، بنابراین توزیع‌های احتمالاتی انتخاب شده بایستی سازگار با اطلاعات مفروض باشد. مطابق اصل ماکزیمم آنتروپی (*POME*)[1]، ماکزیمم آنتروپی

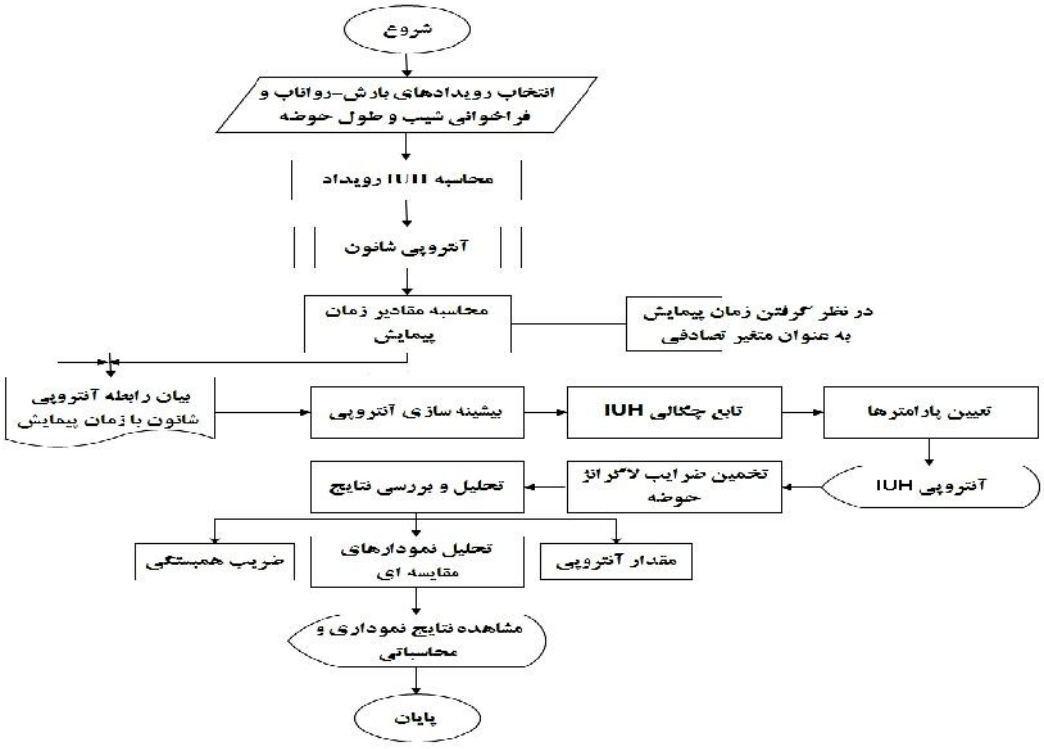
1- Principle of Maximum Entropy

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

اطلاعات مفروض مربوط به حداقل اریب احتمالاتی است، یعنی *POME* در فرآیند محاسبات، همه اطلاعات معلوم را در نظر گرفته و از لحاظ نمودن هر نوع اطلاعات نامعلوم اجتناب می‌کند. بنابراین ترکیب مفهوم آنتروپی و اصل ماکزیمم آنتروپی تحت عنوان تئوری آنتروپی شانون نامیده می‌شود. واحد آنتروپی نات بوده و به معنی استفاده از لگاریتم طبیعی در پایه لگاریتم رابطه (۱) می‌باشد.

الگوریتم استخراج (*IUH*) با آنتروپی شانون

الگوریتم استخراج هیدروگراف واحد لحظه‌ای (*IUH*) با استفاده از تئوری آنتروپی، در فلوچارت زیر نشان داده شده است:



شکل ۱- فلوچارت استخراج هیدروگراف واحد لحظه‌ای (۲۲)

توزیع احتمالاتی زمان پیمایش و آنتروپی شانون آن

در هر حوزه آبخیز، بر اساس توزیع بارش و خصوصیات حوزه می‌توان مجموعه نامحدودی از زمان‌های پیمایش تعریف نمود (۲۱). از آنجائیکه مقادیر زمان پیمایش از الگوی ثابتی پیروی نمی‌کنند می‌توان آن را به عنوان یک متغیر تصادفی در نظر گرفت. بنابراین در تئوری آنتروپی شانون می‌توان یک توزیع احتمالاتی $h(t)$ برای زمان پیمایش (t) لحاظ نمود. در نتیجه آنتروپی شانون آن به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$H(t) = -\int_0^{\infty} h(t)\ln[h(t)]dt \qquad (۲)$$

هدف تعیین $h(t)$ از طریق بیشینه‌سازی $H(t)$، با در نظر گرفتن قیود و اصل ماکزیمم آنتروپی می‌باشد. برای بیشینه‌سازی آنتروپی، $h(t)$ چنان باید استخراج شود که حداقل

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

نااریبی درباره اطلاعات نامعین و بیشترین اریب درباره اطلاعات معین حاصل گردد.

از آنجائیکه $h(t)$ یک تابع چگالی احتمال است می‌توان $\int_0^\infty h(t)dt = 1$ لحاظ نمود و بیانگر این است که سطح زیر IUH برابر با واحد یا مقدار رواناب سطحی به ازای IUH واحد است. اگر $g_r(t)$ تابع زمان پیمایش به ازای $r = 1,2,...,R$ و $\overline{g_r(t)}$ امید ریاضی $g_r(t)$ باشد آنگاه می‌توان نوشت:

$$\int_0^\infty g_r(t)h(t)dt = \overline{g_r(t)}, r = 1,2,...,R \qquad (۳)$$

چنانچه $g_1(t) = t$، این رابطه بیانگر متوسط زمان پیمایش و اگر $g_2(t) = (t - \bar{t})^2$ باشد بیانگر واریانس زمان پیمایش خواهد بود. جهت کاربرد می‌توان این توابع را به فرم‌های ساده زیر نیز بیان کرد:

c یک پارامتر تجربی است. رابطه (۴) بیانگر امید ریاضی مقادیر لگاریتمی زمان پیمایش یا میانگین زمان پیمایش در دامنه لگاریتمی و رابطه (۵) بیانگر گشتاور زمان پیمایش است.

$$\int_0^\infty \ln(t)h(t)dt = \overline{\ln t} \qquad (۴)$$

$$\int_0^\infty t^c h(t)dt = \overline{t^c} \qquad (۵)$$

بیشینه‌سازی آنتروپی

به منظور بیشینه‌سازی $H(t)$، می‌توان از اصل ماکزیمم آنتروپی $(POME)$ و روش ضرایب لاگرانژ استفاده و به صورت تابع لاگرانژین (LF) فرمول‌بندی نمود:

$$LF = -\int_0^\infty h(t)\ln[h(t)]dt - (a_0 - 1)[\int_0^\infty h(t)dt - 1] - a_1[\int_0^\infty \ln(t)h(t)dt - \overline{\ln t}] - a_2[\int_0^\infty t^c h(t)dt - \overline{t^c}] \qquad (۶)$$

در این رابطه a_0، a_1 و a_2 ضرایب لاگرانژ که وابسته به قیودات تعریف شده در معادلات (۴) و (۵) می‌باشند. با انجام مشتق، حساب تغییرات و تغییر متغیر می‌توان به دو رابطه ذیل رسید:

با جایگذاری رابطه (۸) در معادله (۷) تابع چگالی احتمال زمان پیمایش (IUH) به صورت زیر حاصل می گردد:

$$h(t) = \exp[-a_0 - a_1 \ln t - a_2 t^c] \qquad (۷)$$

$$\exp(a_0) = \frac{a_2^{\frac{1-a_1}{c}}}{c}\Gamma(\frac{1-a_1}{c}) \qquad (۸)$$

$$h(t) = \frac{c a_2^{\frac{1-a_1}{c}}}{\Gamma(\frac{1-a_1}{c})}\exp(-a_1 \ln(t) - a_2 t^c) = \frac{c a_2^{\frac{1-a_1}{c}}}{\Gamma(\frac{1-a_1}{c})} t^{-a_1}\exp(-a_2 t^c) \qquad (۹)$$

که این رابطه معادله عمومی (IUH) بر اساس $h(t)$ را بیان نموده که هر سه پارامتر a_1، a_2 و c با استفاده از تئوری آنتروپی قابل تعیین می‌باشند (۲۱).

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

$$\frac{\ln \alpha_2}{c} - \frac{1}{\Gamma(\frac{1-\alpha_1}{c})} \frac{\partial \Gamma(\frac{1-\alpha_1}{c})}{\partial \alpha_1} = -\overline{\ln(t)} \qquad (۱۰)$$

$$\frac{\alpha_1 - 1}{c \alpha_2} = -\overline{t^c} \qquad (۱۱)$$

$$-\frac{\alpha_1 - 1}{c \alpha_2^{\,2}} = -\overline{(t^c)^2} \qquad (۱۲)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۲) آنتروپی (*IUH*) حاصل می شود:

$$H = -\ln(c) - \frac{1-\alpha_1}{c}\ln(\alpha_2) + \ln[\Gamma(\frac{1-\alpha_1}{c})] + \alpha_1 \overline{\ln(t)} + \alpha_2 \overline{t^c} \qquad (۱۳)$$

و اگر رابطه (۱۱) در رابطه (۱۳) جایگزین شود، در این صورت آنتروپی (*IUH*) تنها بر مبنای پارامترهای α_1 و c قابل بیان خواهد بود:

$$H = -\ln(c) - \frac{1-\alpha_1}{c}\ln(\frac{1-\alpha_1}{c\overline{t^c}}) + \ln[\Gamma(\frac{1-\alpha_1}{c})] + \alpha_1 \overline{\ln(t)} + \frac{\alpha_1 - 1}{c} \qquad (۱۴)$$

این معادله عمومی (*IUH*) دارای سه پارامتر α_1، α_2 و c است که با تغییر این پارامترها می‌توان تغییر شکل (*IUH*) را ارزیابی نمود. $h(t)$ از طریق تغییر یک پارامتر در هر لحظه و با ثابت نگه داشتن پارامترهای دیگر محاسبه شده و نتایج حاصله ترسیم می‌شود.

روش هیدروگراف واحد ناش

با در نظر گرفتن $c=1$، $\alpha_2 = 1/k$ و $n=(c-\alpha_1)/c$ رابطه (۹) به فرم زیر تغییر می‌کند:

$$h(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)}(\frac{t}{k})^{n-1}\exp(-\frac{t}{k}) \qquad (۱۵)$$

که این رابطه همان رابطه استخراج شده توسط نش (۱۳) جهت توصیف (*IUH*) بر اساس مخازن خطی می‌باشد. این رابطه رایج ترین فرم از (*IUH*) مورد استفاده در هیدرولوژی است. در این جا $h(t)$، (*IUH*) آبشاری است که در آن، n بیانگر تعداد مخازن آبشاری، $\Gamma(n)$ تابع گاما n، k بیانگر زمان تاخیر از یک مخزن و t زمان می‌باشد.

کد کامپیوتری

با توجه به حجم محاسبات، جهت برآورد پارامترهای تابع چگالی (*IUH*) برنامه کامپیوتری در محیط *Mathematica* 8 نوشته شد. این برنامه ضرایب لاگرانژ را بر اساس بیشینه‌سازی تابع لاگرانژین، برآورد می‌نماید. پس از برآورد پارامترهای تابع چگالی (*IUH*) با استفاده از مقادیر زمان پیمایش حوزه، هیدروگراف واحد لحظه‌ای حوزه ترسیم شده و پس از محاسبه هیدروگراف‌های رواناب مستقیم به ازای هر رویداد، نمودار مقایسه‌ای آنها در برابر هیدروگراف‌های مشاهداتی و نیز نمودار خطای مربوطه ترسیم می‌گردد و در نهایت، مقدار آنتروپی و مقادیر معیارهای خطا برای هر رویداد محاسبه می‌گردد. قابل ذکر است که برای بدست آوردن هیدروگراف‌های واحد

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

لحظه‌ای مشاهداتی نیز با استفاده از روش حداقل مربعات نیز از برنامه کامپیوتری نوشته شده در این محیط استفاده گردید.

معیارهای ارزیابی

جهت بررسی دقیق تر عملکرد هر دو روش آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش در استخراج هیدروگراف‌های رواناب مستقیم، از چهار معیار عملکرد مختلف مطابق زیر استفاده گردیده است :

۱- ضریب همبستگی (CC)

$$CC=\sum_{i=1}^{n}\frac{(Q_{o_i}-\overline{Q_o})(Q_{c_i}-\overline{Q_c})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Q_{o_i}-\overline{Q_o})^2\sum_{i=1}^{n}(Q_{c_i}-\overline{Q_c})^2}} \qquad (۱۶)$$

۲- ضریب تیل (U)

$$U=\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Q_{c_i}-Q_{o_i})^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Q_{c_i})^2}+\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Q_{o_i})^2}} \qquad (۱۷)$$

۳- شاخص آنتروپی (H)

$$H=-\int_{0}^{\infty}h(t)\ln[h(t)]dt \qquad (۱۸)$$

۴- ضریب ناش- ساتکلیف

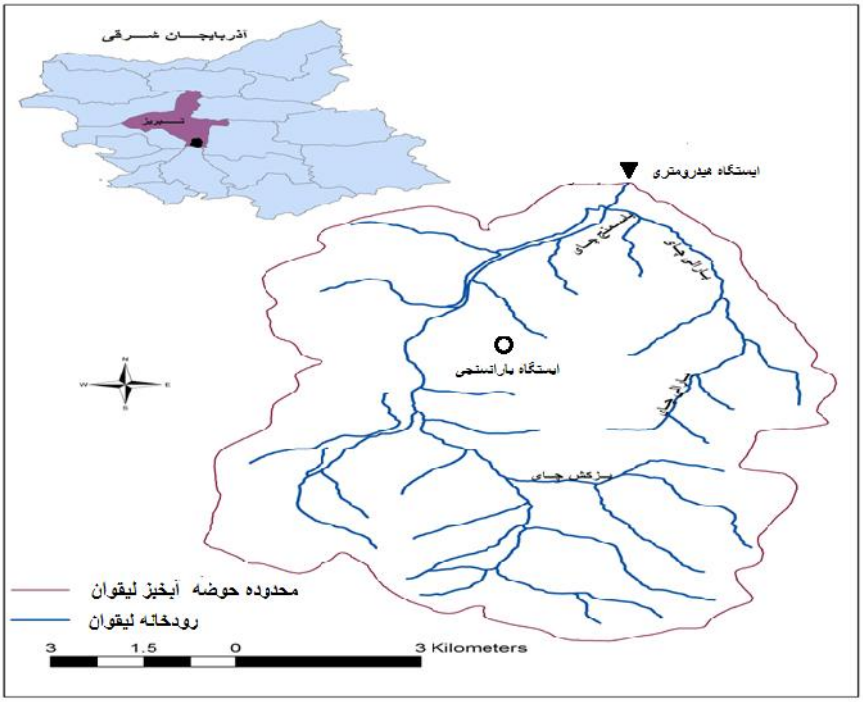
$$NS=1-\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(Qoi-Q_{Ci}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\left(Q_{Oi}-\overline{Q}_{Ci}\right)^2} \qquad (۱۹)$$

که در آنها Q_{o_i} و Q_{c_i} به ترتیب iامین مولفه هیدروگراف رواناب مستقیم مشاهداتی و محاسباتی و n تعداد مولفه‌های هیدروگراف رواناب مستقیم و $h(t)$ تابع چگالی احتمال روش مربوطه می‌باشد. مقدار ضریب همبستگی هرچه به یک نزدیکتر باشد بیانگر رابطه خطی مثبت (افزایشی) بین دبی‌های محاسباتی و مشاهداتی، وابستگی بیشتر آنها و در نتیجه عملکرد بهتر مدل می‌باشد. محدوده جواب U نیزبین صفر تا بی نهایت تغییر می‌کند که هر چقدر مقدار آن به صفر نزدیکتر باشد، نشانگر اختلاف کمتر مقادیر دبی‌های محاسباتی از مشاهداتی، کمتر بودن خطای محاسباتی و در نتیجه قابلیت بالای مدل در تخمین مولفه‌های هیدروگراف رواناب مستقیم می‌باشد. ضریب ناش- ساتکلیف نیز بین منهای بی‌نهایت تا مثبت یک تغییر می‌کند و هرچقدر به یک نزدیک باشد بهتر خواهد بود.

حوزه و داده‌های مورد استفاده

حوزه آبخیز معرف لیقوان با وسعتی معادل ۷۶ کیلومتر مربع در استان آذربایجان شرقی در دامنه شمالی سهند مابین ´۲۶ °۴۶ شرقی و ´۵۰ °۳۷ شمالی گسترده شده است. رودخانه لیقوان به عنوان زهکش اصلی حوزه مذکور بوده و جریانات خود را به رودخانه آجی‌چای تخلیه می‌کند. بلندترین نقطه حوزه با ارتفاع ۳۶۲۰ متر از سطح دریای آزاد در جنوب شرقی ارتفاعات سهند و پایین‌ترین نقطه آن با ارتفاع ۲۱۴۰ متر در محل ایستگاه هیدرومتری لیقوان می‌باشد. شکل حوزه به صورت کشیده، با فرکانس آبراهه‌ای ۱/۲، ارتفاعی برابر ۳۶۷۵ متر و طولانی‌ترین شاخه اصلی حوزه در محل ایستگاه هیدرومتری لیقوان ۱۷ کیلومتر با شیب متوسط ۱۱ درصد است. در شکل (۲) موقعیت حوزه نشان داده شده است.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]



شکل ۲- موقعیت جغرافیایی حوزه آبریز لیقوان

داده‌های مورد استفاده در این تحقیق شش رویداد بشرح جدول (۱) می‌باشد. لازم به ذکر است که در (*IUH*) بر مبنای آنتروپی، هیچ یک از پارامترها نیاز به کالیبره شدن ندارند (۲۱). بنابراین هر شش رویداد به منظور صحت‌سنجی در روش آنتروپی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

جدول ۱- خصوصیات رویدادهای بارش- رواناب حوزه لیقوان

ردیف	رویداد	بارش (میلی‌متر)	مدت بارش (دقیقه)	رواناب (میلی‌متر)
۱	(۸۲/۳/۲)	۳/۶۷	۱۴۸	۰/۰۴
۲	(۸۲/۳/۳)	۶/۱۸	۱۶۳	۰/۴۳
۳	(۸۲/۳/۲۵)	۳/۲۹	۸۳	۰/۴۴
۴	(۸۲/۱۲/۱۶)	۱۲/۷۶	۷۳۸	۱/۳۵
۵	(۸۴/۲/۲۵)	۱۵/۷	۱۰۲۰	۰/۱۷
۶	(۸۴/۲/۲۶)	۳۱	۱۸۰	۰/۴۰

نتایج و بحث

تخمین ضرایب لاگرانژ و تابع چگالی احتمال

برای استخراج معادله (*IUH*) با استفاده از آنتروپی بر اساس قیود ذکر شده می‌بایست زمان پیمایش محاسبه شود. برای محاسبه زمان پیمایش هر نقطه تا خروجی حوزه فرض می‌شود که زمان پیمایش هر کدام از نقاط کسری از زمان تمرکز متناسب با فاصله و شیب

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

نقاط است. در حوزه آبخیز لیقوان با توجه به کوچک بودن مساحت حوزه (۷۶ کیلومتر مربع) طول آبراهه ۱۵/۵ کیلومتر و شیب ۷/۵۱ درصد، زمان تمرکز بر اساس رابطه کرپیچ برابر با ۸۸/۴۴ دقیقه (معادل با ۱/۴۷ ساعت) حاصل می شود. جهت محاسبه زمان پیمایش تعدادی نقاط دلخواه در سطح حوزه انتخاب نموده و فاصله این نقاط تا خروجی حوزه و شیب مسیرها در امتداد جریان محاسبه می‌گردد. معادله (۹) متشکل از سه پارامتر a_1، a_2 و c است که مقادیر عددی این سه پارامتر با کمک معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) و قیود (۴) و (۵) تعیین می‌شوند. با استفاده ازکد نوشته شده، برای حوزه لیقوان ۱/۵- =a_1، ۰/۲۳۱ =a_2 و ۱/ ۵۱ =c حاصل شده است. بر اساس این مقادیر و رابطه (۹)، $h(t)$ به فرم زیر خواهد بود:

$$h(t) = 0.139e^{-0.321t^{1.08}}t \qquad (۲۰)$$

رابطه (۲۰) معادله عمومی IUH برای حوزه آبخیز لیقوان می‌باشد که به ازای هر رویداد در دسترس می‌توان مولفه‌های هیدروگراف رواناب مستقیم رویداد مورد نظر را برآورد نمود.

شبیه‌سازی (IUH) با روش هیدروگراف واحد ناش

به دلیل استفاده مکرراز روش هیدروگراف واحد ناش در محاسبه (IUH)، در این مطالعه نیز برای مقایسه محاسبات از این توزیع استفاده شده است. برای تخمین پارامترهای روش هیدروگراف واحد ناش از روش گشتاورها استفاده شده است (۱۷،۱۳،۳). در این روش ابتدا دو گشتاور زمان پیمایش $\bar{t} = nk$ و $\overline{t^2} = nk^2(n+1)$ محاسبه شده و سپس پارامترهای n و k روش هیدروگراف واحد ناش تعیین می‌شوند (جدول ۲).

جدول ۲- پارامترهای n و k روش هیدروگراف واحد ناش برای رویدادهای بارش- رواناب حوزه لیقوان

رویداد	n	k	فرمول
(۸۲/۳/۲)	۴/۲	۰/۸۳۳	
(۸۲/۳/۳)	۳/۵	۱/۴۵۳	$h(t) = 0.08e^{-0.688t}t^{2.5}$
(۸۲/۳/۲۵)	۳	۱/۳	$h(t) = 0.227e^{-0.769t}t^{2}$
(۸۲/۱۲/۱۶)	۲/۸۵	۱/۳۵۴	$h(t) = 0.24e^{-0.738t}t^{1.85}$
(۸۴/۲/۲۵)	۵	۰/۹	$h(t) = 0.07e^{-1.111t}t^{4}$
(۸۴/۲/۲۶)	۳	۱/۶	$h(t) = 0.122e^{-0.625t}t^{2}$

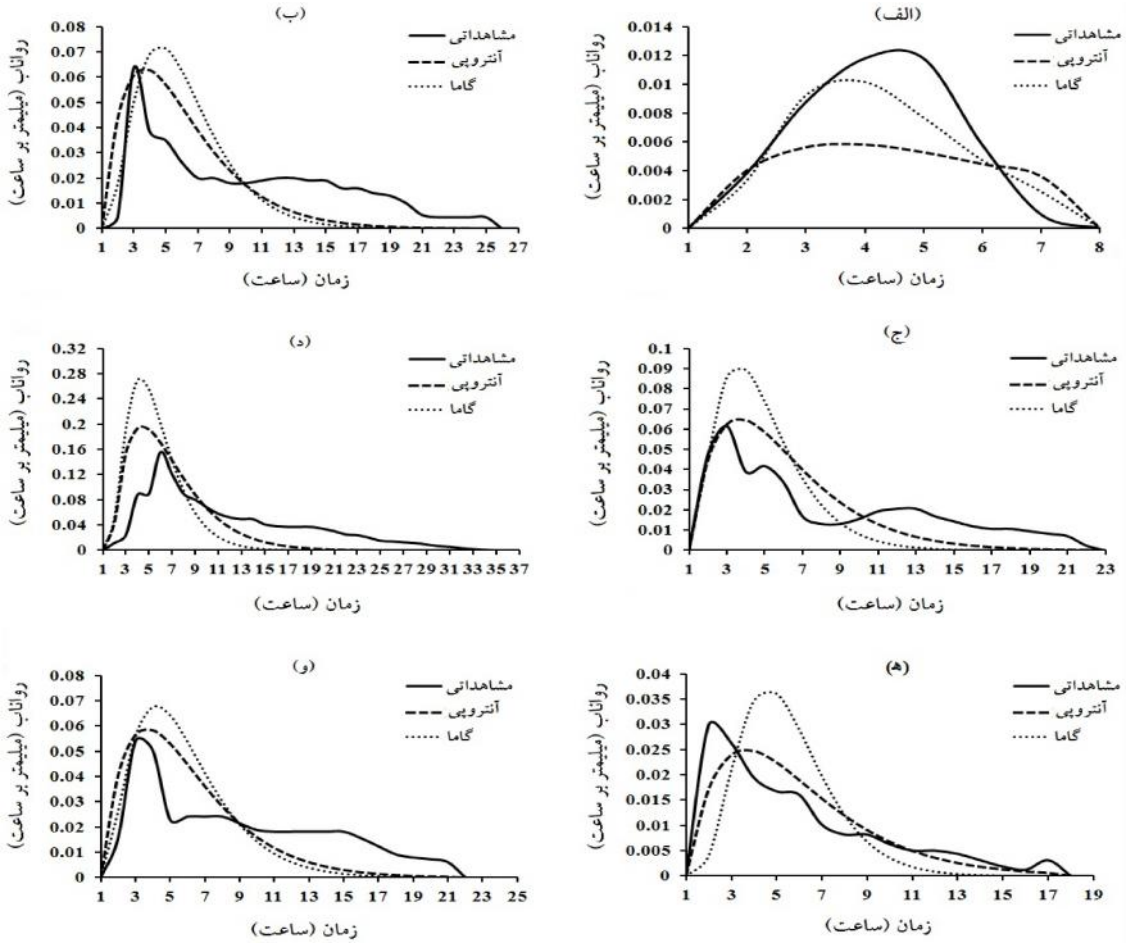
مقایسه نتایج آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش

با استفاده از (IUH) حاصل شده از معادله (۹) (روش آنتروپی) و معادله (۱۵) (روش هیدروگراف واحد ناش) و با حاصل ضرب این IUH های حاصل شده در مقادیر بارش اضافی هر رویداد مقادیر هیدروگراف رواناب مستقیم برای هر شش رویداد حاصل می‌شود. مقادیر خطا های دبی پیک و زمان پیک به ازای هر دو روش مطابق جدول (۳) می‌باشد. هیدروگراف رواناب مستقیم حاصل شده از روش آنتروپی در مقایسه با مقادیر مشاهداتی نتایج قابل قبولی

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

ارائه داده است. هیدروگراف‌های رواناب مستقیم محاسباتی و مشاهداتی برای هر شش رویداد در شکل (۲) نشان داده شده است. همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود هیچکدام از مدل‌ها نوسانات انتهایی را ندارند. نوسانات مشاهده شده در شاخه پایین رونده هیدروگراف واحد مشاهداتی در رویدادهای (ب)- (و) می‌تواند بدلیل خطای اندازه‌گیری داده‌های طبیعی بارش- رواناب آن رویدادها، خطای جداسازی جریان پایه، خطای محاسبه مقدار تلفات و گیرش بارش و یا یکنواخت نبودن بارش در مکان و زمان باشد. برای رویداد (الف) عملکرد روش هیدروگراف واحد ناش در برآورد دبی پیک نسبت به روش آنتروپی از دقت بالایی برخوردار است. همچنین عملکرد روش هیدروگراف واحد ناش در حفظ شکل هیدروگراف مشاهداتی تا حدودی بهتر از روش آنتروپی می‌باشد. برای رویداد (ب) روش آنتروپی موفق به تخمین صحیح دبی پیک شده است به طوریکه مقدار آن نزدیک به مقدار مشاهداتی است. هر دو روش شاخه بالارونده را بخوبی شبیه‌سازی نموده‌اند. در پیش‌بینی زمان اوج نیز روش آنتروپی عملکرد موفق‌تری داشته است. عملکرد هر دو روش در پیش‌بینی زمان اوج و شاخه بالارونده هیدروگراف رواناب مستقیم رویداد (ج) یکسان بوده ولی روش آنتروپی در پیش‌بینی دبی پیک رضایت بخش‌تر است. در مورد رویداد (د) و (ه) هر دو روش در پیش‌بینی دبی پیک، زمان اوج و شاخه بالارونده از عملکرد پایینی برخوردار هستند. همچنین برای رویداد (و) می‌توان گفت در پیش‌بینی زمان اوج و شاخه بالارونده عملکرد هر دو روش مشابه یکدیگر و دارای اختلاف کمی نسبت به مقدار مشاهداتی بوده ولی در پیش‌بینی دبی پیک روش آنتروپی بهتر بوده است. در روش آنتروپی خطای دبی پیک در محدوده ۱٪ تا ۵۰٪ و خطای زمان پیک ۰٪ تا ۲۰۰٪ می‌باشد. به استثنای زمان پیک، دقت روش آنتروپی در تخمین هیدروگراف رواناب مستقیم قابل توجه است. برای (*IUH*) حاصل شده با استفاده از روش هیدروگراف واحد ناش برای هر رویداد پارامترهای n و k تخمین زده شده و هیدروگراف‌های رواناب مستقیم محاسبه شدند. مقادیر خطاهای دبی پیک و زمان پیک در جدول (۳) نشان داده شده است. اگرچه هیدروگراف رواناب مستقیم حاصل شده از روش هیدروگراف واحد ناش نیز قابل قبول است ولی دقت این روش به اندازه دقت روش آنتروپی نیست. در این روش خطای دبی پیک در محدوده ۱۲٪ تا ۷۲٪ و خطای زمان پیک ۰٪ تا ۳۰۰٪ می‌باشد. بررسی عملکرد روش آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش با معیار ضریب همبستگی نشان می‌دهد که روش آنتروپی دارای دقت بالایی نسبت به روش هیدروگراف واحد ناش است. بیشترین مقدار ضریب همبستگی برای روش آنتروپی مربوط به رویداد (۸۴/۲/۲۵) و برای روش هیدروگراف واحد ناش رویداد (۸۲/۳/۲) می‌باشد.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]



شکل ۳- مقایسه هیدروگراف‌های رواناب مستقیم مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از روش آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش الف: (۸۲/۳/۲)، ب: (۸۲/۳/۳)، ج: (۸۲/۳/۲۵)، د: (۸۲/۱۲/۱۶)، ه: (۸۴/۲/۲۵) و (۸۴/۲/۲۶)

در این مطالعه به منظور بررسی عملکرد هر دو روش از معیار ضریب تیل نیز استفاده شده است. هرچقدر مقدار این ضریب به صفر نزدیکتر باشد بیانگر شبیه‌سازی بهتر و دقیق تر آن مدل می‌باشد. مقادیر ضریب تیل برای هر رویداد و هر دو روش آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش در جدول ۳ ذکر شده است. با مشاهده نتایج می توان نتیجه گرفت که بر اساس این ضریب روش آنتروپی در شبیه‌سازی هیدروگراف رواناب مستقیم از عملکرد بالایی نسبت به روش هیدروگراف واحد ناش برخوردار است. محدوده این معیار برای روش آنتروپی از ۰/۱۵ تا ۰/۳۰ و برای روش هیدروگراف واحد ناش در محدوده ۰/۱۳ تا ۰/۴۱ می‌باشد. در مقایسه بین دو روش، مقدار آنتروپی برای روش آنتروپی برابر با ۲/۴۷ نات و برای روش هیدروگراف واحد ناش در محدوده ۱/۸۶ تا ۲/۳۱ نات است که با این مقایسه بین مقادیر آنتروپی می‌توان به این نتیجه رسید که IUH حاصل شده از روش آنتروپی بهتر و دقیق‌تر از روش هیدروگراف واحد ناش می‌باشد.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

جدول ۳- نتایج مقایسه ای حاصل از مدل آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش در شبیه سازی هیدروگراف رواناب مستقیم

رویداد	روش	دبی اوج			زمان پیک					
		مشاهداتی (میلی‌متر بر ساعت)	محاسباتی (میلی‌متر بر ساعت)	خطا (٪)	مشاهداتی (ساعت)	محاسباتی (ساعت)	خطا (٪)	ضریب همبستگی	ضریب تیل	آنتروپی (نات)	ناش- ساتکلیف
(۸۲/۳/۲)	آنتروپی	۰/۰۱۱	۰/۰۰۵	۵۰/۵۱	۳	۳	۰	۰/۸۵۶	۰/۳۰	۲/۴۷	۰/۷۷
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۰۱۰	۱۳/۵۷		۳	۰	۰/۹۵۳	۰/۱۳	۱/۸۶	۰/۸۶۷
(۸۲/۳/۳)	آنتروپی	۰/۰۶۳	۰/۰۶۲	۱/۱۷	۲	۳	۵۰	۰/۷۵۱	۰/۲۹	۲/۴۷	۰/۶۶۵
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۰۷۱	۱۲/۴۲		۴	۱۰۰	۰/۷۲۶	۰/۳۳	۲/۳۱	۰/۶۴
(۸۲/۳/۲۵)	آنتروپی	۰/۰۶۱	۰/۰۶۴	۳/۹۶	۲	۳	۵۰	۰/۸۶۴	۰/۲۲	۲/۴۷	۰/۷۷۸
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۰۸۹	۴۵/۲۱		۳	۵۰	۰/۸۷۲	۰/۲۹	۲/۱۰	۰/۷۸۶
(۸۲/۱۲/۱۶)	آنتروپی	۰/۱۵۵	۰/۱۹۲	۲۳/۹۰	۵	۳	۴۰	۰/۷۹۸	۰/۳۰	۲/۴۷	۰/۷۱۲
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۲۶۸	۷۲/۸۴		۳	۴۰	۰/۶۹۸	۰/۴۱	۲/۱۱	۰/۶۱۲
(۸۴/۲/۲۵)	آنتروپی	۰/۰۲۹	۰/۰۲۴	۱۶/۷۳	۱	۳	۲۰۰	۰/۸۹۳	۰/۱۵	۲/۴۷	۰/۸۰۷
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۰۳۶	۲۱/۰۶		۴	۳۰۰	۰/۶۴۰	۰/۳۳	۲/۰۴	۰/۵۵۴
(۸۴/۲/۲۶)	آنتروپی	۰/۰۵۴	۰/۰۵۸	۷/۸۸	۲	۳	۵۰	۰/۸۱۱	۰/۲۵	۲/۴۷	۰/۷۲۵
	هیدروگراف واحد ناش		۰/۰۶۷	۲۴/۵۸		۳	۵۰	۰/۷۹۴	۰/۲۸	۲/۳۱	۰/۷۰۸

برای هر رویداد مقادیر حجم محاسباتی به ازای هر دو روش آنتروپی و روش هیدروگراف واحد ناش برآورد گردیده و با مقادیر مشاهداتی مقایسه شده است. نتایج حاصل از این مقایسه در جدول ۴ ذکر شده است. با توجه به جدول (۴) مشاهده می شود که روش هیدروگراف واحد ناش در تخمین حجم کل رواناب برای رویدادهای (۸۲/۳/۲)، (۸۲/۳/۳)، (۸۲/۱۲/۱۶) و (۸۴/۲/۲۶) نسبت به روش آنتروپی عملکرد بهتری دارد. پارامتر زمان تابع چگالی احتمال زمان پیمایش در روش آنتروپی دارای توان یک و در روش هیدروگراف واحد ناش بزرگتر از یک می‌باشد و این نوع تفاوت در روابط حاصله می‌تواند بطور غیرمستقیم در هیدروگراف محاسباتی تاثیر داشته باشد. در اغلب موارد روش آنتروپی برآورد قابل قبولی در تخمین دبی و زمان اوج و شاخه بالارونده هیدروگراف رواناب مستقیم در اکثر رویدادها نشان داده است. هیچ یک از مد لها نتوانسته اند نوسانات مشاهده شده در شاخه پایین رونده هیدروگراف واحد مشاهداتی را به‌خوبی مدل کنند.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

جدول ۴- میزان حجم مشاهداتی و محاسباتی رواناب حوزه لیقوان

رویداد	مشاهداتی	آنتروپی		هیدروگراف واحد ناش	
	(میلی‌متر بر ساعت)	محاسباتی (میلی‌متر بر ساعت)	خطای نسبی (٪)	محاسباتی (میلی‌متر بر ساعت)	خطای نسبی (٪)
(۸۲/۳/۲)	۰/۰۴۲	۰/۰۲۸	-۳۲/۵۶	۰/۰۳۷	-۱۱/۹۲
(۸۲/۳/۳)	۰/۴۳۳	۰/۴۲۴	-۱/۹۷	۰/۴۳۰	-۰/۷۴
(۸۲/۳/۲۵)	۰/۴۳۵	۰/۴۳۴	-۰/۲۷	۰/۴۳۹	۰/۸۶
(۸۲/۱۲/۱۶)	۱/۳۴۵	۱/۳۳۴	-۰/۸۶	۱/۳۴۶	۰/۰۲۵
(۸۴/۲/۲۵)	۰/۱۶۴	۰/۱۶۶	۱/۰۴	۰/۱۷	۳/۰۶
(۸۴/۲/۲۶)	۰/۴۰۵	۰/۳۹۴	-۲/۶۶	۰/۳۹۹	-۱/۴۴

این امر می تواند بدلیل خطاهائی از جمله اندازه‌گیری داده‌ها، جداسازی جریان پایه، محاسبه مقدار تلفات و گیرش بارش و یا ضعف روابط حاصله از روش آنتروپی و هیدروگراف واحد ناش باشد. در حالت کلی برتری تئوری آنتروپی در استخراج معادله (*IUH*)، ارائه یک معادله عمومی برای هیدروگراف واحد لحظه‌ای بر اساس اطلاعات محدود معین شده است. به طوریکه این اطلاعات را می‌توان از داده‌های معمولی قابل دسترس همانند شیب، طول و مساحت به دست آورد. معادله (*IUH*) حاصل از این روش به طور رضایت بخشی منجر به تولید هیدروگراف‌های رواناب مستقیم می‌شود. در تحقیق انجام یافته توسط سینگ (۲۱) نیز قابلیت روش آنتروپی در استخراج هیدروگراف واحد لحظه‌ای با استفاده از روش آنتروپی در دو حوزه واقع در نبراسکا نشان داده شده است. بر اساس بررسی‌های انجام یافته، مطالعه مشابهی در داخل کشور با روش آنتروپی انجام نگردیده و نتیجه‌گیری بهتر و دقیق‌تر مستلزم مطالعه حوزه‌ها و رویدادهای بیشتر در شرایط مختلف زمانی و شرایط اقلیمی می باشد.

منابع

1. Bhunya, P.K., S.K. Mishra, C.S.P. Ojha and R. Berndtsson. 2004. Parameter estimation of beta distribution for unit hydrograph derivation, Journal of Hydrologic Engineering, 9(4): 325-332.
2. Crowley, T.E. 1980. Gamma synthetic hydrographs, Journal of Hydrology. 47(1-2): 41-52.
3. Dooge, J.C.I. 1959. A general theory of the unit hydrograph, Journal of Geophysical Research. 64(2): 241-256.
4. Dooge, J.C.I. 1973. Linear theory of hydrologic systems, Tech. Bulletin No. 1468. Washington, D.C.: USDA Agricultural Research Service.
5. Gray, D.M. 1961. Synthetic hydrographs for small drainage basins, Journal Hydraulics Div. ASCE, 87(4): 33-54.
6. Gupta, V.K. and E. Waymire. 1983. On the formulation of an analytical approach to hydrologic response and similarity at the basin scale, Journal of Hydrology, 65(1-3): 95-123.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

7. Hao, Z. and V.P. Singh. 2011. Single-site monthly streamflow simulation using entropy theory. Water Resources Research, Vol. 47, DOI: 10.1029/2010WR010208.
8. Harmancioglu, N.B. and V.P. Singh. 1998. Entropy in environmental and water resources. In Encyclopedia of Hydrology and Water Resources, 225-241. R.W. Hershey and R.W. Fairbridge, eds. Boston, Mass. Kluwer Academic.
9. Jain, A., S. Srinivasalu and R. Bhattacharya. 2005. Determination of an optimal unit pulse response function using real-coded genetic algorithm. Journal of Hydrology, 303: 199-214.
10. Karamouz, M. and S. Araghinejad. 1389. Advanced Hydrology. AmirKabir publishers. 468 pp.
11. Nadarajah, S. 2007. Probability models for unit hydrograph derivations, Journal of Hydrology, 344(3-4): 185-189.
12. Nash, J.E. 1957. The form of the instantaneous unit hydrograph, In IAHS Publication 45: 114-121. International Association of Hydrological Sciences. Available at: http://iahs.info/redbooks/a045/045011.pdf.
13. Nash, J.E. 1958. Determining runoff from rainfall, Proc. Institution of Civil Engineers 10: 163-184.
14. Rai, R.K., S. Sarkar and H.G. Gundekar. 2008. Adequacy of two-parameter beta distribution functions for deriving unit hydrograph, Hydrology Research, 39(3): 201-208.
15. Rodriguez-Iturbe, I. and J.B. Valdes. 1979. The geomorphologic structure of hydrologic response, J. Water Resources Research, 15(6): 1409-1420.
16. Shannon, C.E. 1948. A mathematical theory of communication: I and II, Bell System Tech. J. 27: 379-423.
17. Singh, V.P. 1988. Hydrologic Systems, Vol. 1: Rainfall-Runoff Modeling. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
18. Singh, V.P. and M. Fiorentino, eds. 1992. Entropy and Energy Dissipation in Water Resources. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
19. Singh, V.P. 1997. The use of entropy in hydrology and water resources, Hydrological Process, 11(6): 587-626.
20. Singh, V.P. 2010. Entropy theory for movement of moisture in soils, Water Resources Research Vol. 46, W03516, 12 pp.
21. Singh, V.P. 2011. An IUH equation based on entropy theory, American Society of Agricultural and Biological Engineers 54(1).
22. Snyder, F.F. 1938. Synthetic unit graphs, Trans. American Geophysical Union 19: 447-454.
23. Taylor, A.B. and H.E. Schwarz. 1952. Unit hydrograph lag and peak flow related to basin characteristics, Trans. American Geophysical Union, 33: 235-246.
24. Yue, S., B.M.J. Taha, B. Bobee, P. Legendre and P. Bruneau. 2002. Approach for describing statistical properties of flood hydrograph, Journal of Hydrologic Engineering, 7(2): 147-153.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]

Derivation of Instantaneous Unit Hydrograph (IUH) using the Shannon Entropy Theory

Mohammad Ali Ghorbani[1], Hakimeh Asadi[2], Hossein Jabbari Khamneh[3] and Davoud Farsadizadeh[4]

1- Associate Professor, University of Tabriz (Corresponding author: ghorbani@tabrizu.ac.ir)
2, 3 and 4- M.Sc. Student, Assistant Professor and Associate Professor, University of Tabriz
Received: April 17, 2013 Accepted: September 30, 2013

Abstract

Instantaneous unit hydrograph (IUH) is a hydrograph that has used for calculation of direct runoff hydrograph in watersheds and recent addition to formal methods, Shannon entropy theory consider for calculation of direct runoff hydrograph. If the system disorderly is measured in terms of entropy then the probability distribution of the events, provides in terms of entropy. In this theory, defined travel time as a random variable, the maximizing the entropy on based this parameter and also specifies constraints, the least-biased probability density function, determining parameters of the IUH and finally obtaining applicable IUH equation. In this study, six events of Lighvan watershed has been studied that located in Northwest Iran. After calculating travel time and determining parameters on based entropy, derivation applicable IUH equation and calculated direct runoff hydrograph. For estimated and more evaluated IUH and direct runoff hydrograph has used Gamma distribution that result showed good accuracy of the entropy theory. The results indicate acceptable performance of the entropy model shows the average correlation coefficient (0.828), mean error of peak (17.35%), entropy index (2.47 knot) and nash-sutcliff value (NS=0.742) in verification events.

Keywords: Instantaneous unit hydrograph, Shannon entropy, Gamma distribution, Lighvan watershed

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-15]