دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری
پژوهشنامه مدیریت حوزه آبخیز

دستیابی به مسیر بهینه استحصال از منابع آب زیرزمینی با اعمال اثرات جانبی در دشت همدان- بهار

سید محسن سیدان[۱]، محمدرضا کهنسال[۲] و محمد قربانی[۳]

۱ و ۳- دانشجوی دکتری و استاد، دانشگاه فردو سی مشهد.
۲- استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، (نویسنده مسوول: kohansal@um.ac.ir)
تاریخ دریافت: ۹۴/۶/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۵/۴/۲۳

چکیده

مدل بندی پایدار در مدیریت منابع آب نیاز به شناخت ارتباط بین مصارف مختلف آب و نتایج بلند مدت آن از یک سوی و توجه به دسترسی به آب در حال و آینده و تقاضای آن از دیگر سوی دارد. حوزه آبخیز دشت همدان - بهار یکی از مناطق بحرانی استان همدان در سال‌های اخیر است. در این دشت به علت عدم مدیریت صحیح مصرف آب، سطح آب زیرزمینی به شدت افت کرده است. هدف این پژوهش ارائه مدلی به منظور یافتن حداکثر منافع خالص کشاورزان با توجه به پایداری سفره آب زیرزمینی است. با توجه به اینکه اثر تخلیه آب زیرزمینی درطول زمان انباشته می‌شود، زمان به عنوان یک متغیر اساسی در حل مسئله بهینه‌سازی آب مطرح است. بنابر این استفاده از مدل‌های پویا مانند روش کنترل بهینه در این موضوع مناسب است. با استفاده از مدل کنترل بهینه، می‌توان مسیر بهینه استخراج آب از منابع زیرزمینی را مشخص کرد. در این مدل افزایش هزینه استحصال آب به علت بهره برداری بیشتر بصورت محدودیت وارد جریان مدل سازی شده و آثار درونی‌سازی این هزینه بر مسیر بهینه استحصال و قیمت تعیین شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که در صورت استفاده بهینه از آب و با در نظر گرفتن حداکثر رفاه کشاورزان، ٤٥ سال زمان لازم است که سطح ایستابی آب از ۱۷۱٦ به ۱۷۳۲ متر افزایش و در سطح بهینه قرار گیرد. در طول این مدت قیمت هر مترمکعب آب از ۳۲۰۰ به ۲۲۰۰ ریال کاهش یافته و برداشت از سفره آب زیرزمینی سالیانه به میزان ۱/۷ میلیون مترمکعب کاسته می‌شود. به این ترتیب رعایت حد تعیین شده از یک طرف موجب حفظ و پایداری سفره شده و از طرف دیگر توسعه و ادامه پایدار فعالیت‌های کشاورزی و افزایش درآمد کشاورزان منطقه را به دنبال خواهد داشت.

واژه‌های کلیدی: برداشت بهینه آب، پایداری سفره آب زیرزمینی، روش کنترل بهینه، مدیریت منابع آب، منافع خالص کشاورزان

مقدمه

آب از ارزشمندترین منابع طبیعی است، که به عنوان یکی از نهاده‌های اصلی تولید محصولات کشاورزی، نقش مهمی در توسعه پایدار بخش کشاورزی ایفا می‌کند (۷). کمبود آب یکی از مشکلات عمده اکثر کشورهای جهان، به ویژه کشورهای دارای جمعیت رو به رشد به شمار می‌آید. تنها راه حل این بحران استفاده بهینه و افزایش بهره‌وری آب در بخش‌های مختلف، به ویژه بخش کشاورزی است (۱۶). در مقایسه با ۸۰۰ میلی‌متر میانگین بارش جهانی، در ایران متوسط بارندگی سالانه ۲۵۰ میلی‌متر است. پراکندگی و نوسان بارش در کشور مزید بر علت شده تا بخش کشاورزی با کمبود آب روبرو شود. همچنین افزایش جمعیت و توسعه اقتصادی- اجتماعی کشور در دو دهه گذشته، افزایش مداوم تقاضای آب برای مصرف‌کنندگان مختلف آب را به همراه داشته و موجب شده برخی از آبخوان‌های مهم کشور با افت شدید سطح آب زیرزمینی مواجه شوند. این پدیده خسارات جبران ناپذیری بر پیکره ی اقتصادی کشور، از جمله بخش کشاورزی وارد کرده است (۱). منابع آب زیرزمینی یکی از مهم‌ترین و با ارزش‌ترین منابع آبی کشور به ویژه در بخش کشاورزی است که بیش از ۹۰ درصد نیاز این بخش را تأمین می‌کند (۳). مشکلات ناشی از برداشت بی‌رویه آب زیرزمینی باعث بروز مسائلی مانند نشست زمین می‌شود. نشست زمین در اثر افت سطح آب‌های زیرزمینی در برخی استان‌های ایران از جمله استان همدان گزارش شده است (۱۵). دشت همدان - بهار در استان همدان در طی دو دهه گذشته، حدود ۱۶/۵ متر افت سطح آب زیرزمینی داشته است (۲۳). از پیامدهای تخلیه بی‌رویه منابع آبهای زیرزمینی در استان ایجاد ۱۹ فروچاله در دشت‌های استان می‌باشد. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد در شرایط فعلی ۶۹ درصد از منابع آبهای زیرزمینی استان همدان در وضعیت ممنوعه، ۱۷/۵ درصد آن در وضعیت محدود و ۱۳/۵ درصد در وضعیت ممنوعه بحرانی قرار دارد (۱۸).

در راستای تعیین میزان بهره بردای بهینه از منابع آب زیرزمینی و با روش‌های مدل پویا مانند کنترل بهینه، مطالعاتی چند توسط محققین در خارج از کشور انجام گرفته است. در داخل کشور مطالعاتی که بهره‌برداری بهینه از منابع آب را با چنین روشی مورد ملاحظه قرار دهد بصورت محدود انجام شده است. مسأله استخراج بهینه از منابع آب، اولین بار توسط هاتلینگ (۱۳) مطرح شد. وی در این مدل رشد قیمت آب را به اندازه‌ی نرخ بهره در نظر گرفته است. محققان زیادی از مدل هاتلینگ برای بیان رفتار پویایی قیمت ذخیره منابع تجدید ناپذیر استفاده کرده اند. پی تافی و روماست (۲۰) مطالعه‌ای را با هدف تخمین کارایی مصرف آب در منطقه هونولو در اوهایو انجام داده و به مقایسه رفاه کشاورزان در دو حالت با و بدون اجرای مدل کنترل بهینه پرداختند. نتایج آنان نشان می‌دهد که در حالت بهینه سازی، رفاه کشاورزان

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]
[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

افزایش می‌یابد. گیسر و سانچز (۱۴) دو حالت رقابت آزاد و حالت کنترل بهینه در برداشت از آبهای زیرزمینی را مورد مقایسه قرار دادند. این اقتصاددانان معتقدند که اگر بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی به صورت آزاد و کنترل نشده انجام شود، رفاه اقتصادی بعلت برداشت بی‌رویه از منبع مشترک کاهش می‌یابد. دومینکو و همکاران (۱۰) بهره‌برداری بهینه از منابع آب زیرزمینی را بررسی و این مسئله را مورد بحث قرار دادند، که چه مقدار آب باید از سفره آب زیرزمینی برداشت و چه مقدار به آن بازگرداند تا ارزش کنونی درآمد حاصل از این منبع حداکثر شود. در این بررسی علاوه بر تعیین حد بهینه تخلیه آب زیرزمینی با استفاده از یک مدل ریاضی، عوامل تأثیر گذار بر این حد بهینه بررسی شده است. چی ترا و چاندراکانت (۸) با کاربرد اصول حداکثر سازی پانتریاگن[1] مسیر پایدار اقتصادی استحصال آب را تعیین کردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد در دشت تومکور کارناتاکای با بهینه‌سازی مصرف آب، عمر چاه‌های آب نسبت به حالت برداشت کنترل نشده، افزایش خواهد یافت. همینطور ارزش حال سود خالص واقعی در حالت برداشت بهینه افزایش می یابد. پانگ کیجوراسین و همکاران (۲۲) از روش کنترل بهینه برای بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی در یک اکوسیستم کنار دریا استفاده کردند. نتایج مطالعه آنان نشان داد که در حالت بهینه، سطح سفره آب افزایش می‌یابد. پندیک (۲۱) در مطالعه خود، مدلی پیرامون نرخ بهینه استخراج منابع زیر زمینی ارائه داد. وی در این مدل با استفاده از داده‌های منطقه تگزاس مسیر استحصال بهینه را برای بازارهای رقابتی و انحصاری محاسبه کرد. در حقیقیت پندیک یک مدل پویا را تحت شرایط رقابتی و انحصاری برای استخراج منابع پایان پذیر ارائه و مسیر بهینه استخراج را در دو وضعیت میزان ذخایر اولیه کم و یا زیاد معرفی نمود. او بیان کرد که اگر ذخایر اولیه کم باشند، مسیر قیمت u شکل خواهد بود، اما اگر میزان ذخایر اولیه زیاد باشد، آن گاه مسیر قیمت مشابه مدل هاتلینگ تغییر خواهد نمود. دینگ و پترسون (۹) در تحقیقی، اثر بخشی سیاست‌های حفاظتی از منابع آب را با تحلیل دینامیکی در دشت‌های کنزانس انجام دادند. در این تحقیق دو سیاست حفاظت از منابع آب زیرزمینی شامل هزینه صرف شده در افزایش راندمان آبیاری و مبلغ پرداختی جهت ایجاد انگیزه در تبدیل محصولات آبی به محصولات دیم در نظر گرفته شده است. جهت مقایسه اثر بخشی این دو سیاست از مدل شبیه‌سازی پویا استفاده شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در شرایط متفاوت، سیاست‌های خاص می‌تواند در اثر بخشی ذخیره آب مفید باشد. کاهش قیمت محصولات غالباً می‌تواند به کاهش مصرف آب کمک کرده و باعث کاهش درخواست کنندگان در برنامه‌های پرداخت نقدی شود. در مناطقی که حجم سفره آب زیرزمینی کاهش یافته سیاست برنامه پرداخت نقدی می‌تواند مفید باشد ولی در مناطقی که سطح سفره آب نسبتاً بالاتر است سیاست کاهش هزینه‌ها انتخاب بهتری است. رامست و کریستوفر (۲۵) در پژوهش خود به منظور تعیین مسیر پایدار استخراج آب زیرزمینی از آبخوان ساحلی به منظور به حداکثر رساندن رفاه از مدل بهینه‌یابی پویا استفاده کرده‌اند. هدف آنان در این بررسی دستیابی به عملکرد پایدار آب عنوان شده است. بنابر این در تعیین مسیر بهینه از استراتژی حفاظت از حوزه آبخیز و استفاده از بازیافت منبع فاضلاب بهره گرفته اند. رامست و کریستوفر (۲۶) به بررسی اثر هزینه انرژی در استفاده بهینه از آب‌های زیرزمینی پرداخته‌اند. در این مطالعه صرفا اثر تغییرات قیمت انرژی بر مدیریت آب زیرزمینی بررسی شده است. سینگ (۲۹) در مقاله‌ی با رویکرد بهره‌برداری بهینه از منابع آب زیرزمینی و با استفاده از روش بهینه‌یابی پویا مدلی را ارائه کردند. رامست و ودا (۲۴) در یک رویکرد پویا و در قیمت گذاری جهت پرداخت خدمات اکوسیستم و تأمین مالی آن از مدل بهینه یابی پویا استفاده کرده‌اند. از جمله تحقیقی که در این زمینه در داخل کشور انجام شده پژوهشی است که توسط حسین زاده و همکاران (۱۲) انجام گرفته است. آنها نتیجه گرفتند با تعیین مسیر کنترل بهینه در استخراج آب از منبع زیرزمینی حدود ۳۶ سال زمان لازم است تا ارتفاع آب در سفره زیرزمینی افزایش یافته و در سطح ایستابی بهینه قرار گیرد. هدف از این پژوهش ارائه مدلی به منظور بهره‌برداری بهینه از منابع آب زیرزمینی در دشت همدان- بهار است. برای این منظور به ارائه مدلی برای تعیین مسیر بهینه‌ی استحصال و قیمت آب از این منبع می‌پردازد.

مواد و روش‌ها

حوزه آبخیز دشت همدان – بهار با وسعت ۲۴۵۹ کیلومتر مربع در دامنه شمالی ارتفاعات الوند واقع شده است. این دشت از جمله دشت‌های ممنوعه است که دارای وسعت ۸۸۰ کیلومتر مربع است (۴). محدوده دشت همدان- بهار بین طول شرقی ´۴۸،۱۷ تا ´۴۸،۳۳ و عرض شمالی ´۳۴،۴۹ تا ´۳۵،۰۲ قرار گرفته است. در این دشت بخش مرکزی از شهرستان همدان و بخش‌های لالجین، صالح آباد و مرکزی از شهرستان بهار قرار دارد. در اکثر مناطق این دشت رودخانه دائمی وجود ندارد و آبهای سطحی به دلیل پایین بودن متوسط بارندگی و عدم تناسب زمانی نقش محدودی در تأمین آب بخش کشاورزی این منطقه ایفا می‌کند. بنابر این منابع آب زیرزمینی مهم‌ترین منبع تأمین‌کننده آب کشاورزی و آب شرب شهری و صنعتی در این منطقه است. بیش از ۸۰ درصد آب مورد نیاز بخش کشاورزی و ۵۰ درصد آب شرب شهری از منابع آب زیرزمینی این دشت تأمین می‌شود (۳). شکل ۱ محدوده‌ی دشت مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

1- Principal Pontryagin's Maximum

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]



شکل ۱- موقعیت دشت همدان – بهار
Figure 1. Plain map of Hammedan – Bahar

در این منطقه محصول سیب زمینی بیش از ۵۷ درصد سطح زیر کشت را به خود اختصاص داده است. جدول (۱) محصولات زراعی و سهم آنها را از اراضی آبی دشت همدان – بهار نشان می‌دهد. با توجه به اینکه محصول سیب زمینی بیشترین مصرف آب را در واحد سطح دارد و سهم بالای از اراضی زراعی دشت را به خود اختصاص داده است. لذا داده‌های مورد نیاز این پژوهش بر مبنای اطلاعات جمع‌آوری از این محصول در سطح بهره برداران منطقه انجام گرفته است.

جدول ۱- محصولات عمده زراعی در دشت بهار – همدان
Table 1. Agricultural major products in Plain of Hammedan-Bahar

محصول	درصد کشت
سیب زمینی	۵۷/۴
گندم و جو	۲۰/۵
نباتات علوفه‌ای	۱۶/۱
صیفی	۳/۶
چغندرقند	۱
حبوبات	۰/۳
ذرت دانه‌ای	۰/۳
سایر محصولات	۰/۸
جمع	۱۰۰

مأخذ: سازمان جهاد کشاورزی استان همدان، ۱۳۹۳

در این تحقیق، دو گروه از داده‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. گروه اول داده‌ها، از طریق مطالعه میدانی و تکمیل پرسشنامه در سال ۱۳۹۴ جمع‌آوری شده است. گروه دوم از داده‌ها از سازمان‌های ذیربط اخذ شده است. جامعه آماری این تحقیق شامل بهره برداران کشاورزی چهار دهستان دشت همدان- بهار است. نمونه‌گیری با استفاده از رابطه (۱)، روش نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ی نسبتی[1] انجام شده است.

$$n = \frac{N \times t^2 \times s^2}{N \times d^2 + t^2 \times s^2} \qquad (۱)$$

در رابطه (۱) n: تعداد نمونه مورد نیاز، N، تعداد اعضاء جامعه (کشاورزانی که از چاه بهره‌برداری می‌کنند)، t، آماره t استیودنت، S، واریانس نمونه اولیه، d، خطای مورد نظر در برآورد می باشد. برای این منظور تعداد ۳۰ پرسشنامه انتخاب و واریانس میزان عمق چاه (سطح ایستابی آب)، ۰/۲۹ محاسبه شد. بر این اساس تعداد ۱۲۱ چاه در حال بهره برداری انتخاب شد (رابطه ۲).

$$n = \frac{2143 \times (1.96)^2 \times (0.29)^2}{2143 \times (0.05)^2 + (1.96)^2 \times (0.29)^2} = 121 \qquad (۲)$$

پس از مشخص نمودن چاه‌ها، با مراجعه به بهره برداران آن، سؤالاتی در خصوص ویژگی چاه آبیاری و اطلاعات زراعی محصول سیب‌زمینی مطرح و داده‌های لازم جمع‌آوری شد.

برای تعیین مسیر بهینه استحصال آب لازم است تابع تقاضای آب برآورد شود. دو روش اساسی برای محاسبه تابع تقاضای آب وجود دارد. روش حداقل نمودن هزینه و دوم روش حداکثر سازی سود است. اگر تابع تولید دارای ویژگی بازده افزایشی نسبت به مقیاس (IRS)[2] باشد، از روش اول و اگر دارای بازده نزولی نسبت به مقیاس (DRS)[3] باشد از روش دوم استفاده می شود (۱۲). معمولا در بخش کشاورزی، تابع تولید، DRS فرض می‌شود. لذا در این تحقیق از روش دوم استفاده شده است. برای این منظور فرم کلی تابع تولید به صورت رابطه (۳) می‌باشد:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, X_4) \qquad (۳)$$

1- Ratio stratified random sampling
2- Increasing Return to Scale
3- Decreasing Return to Scale

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]
[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

در رابطه (۳) Y: تولید محصول (کیلو گرم) و X_1 الی X_4 به ترتیب مقدار آب در هکتار (متر مکعب)، مقدار کود شیمیایی در هکتار (کیلوگرم)، مقدار بذر در هکتار (کیلوگرم) و تعداد نیروی کار در هکتار (روز- نفر) است.

به منظور تخمین تابع تولید ابتدا باید مناسب‌ترین فرم تبعی مدل تعیین شود. بدین منظور از میان توابع انعطاف‌پذیر[1] و انعطاف ناپذیر[2]، تابع درجه دوم تعمیم یافته[3] و تابع کاب- داگلاس[4] برآورد شدند. بر اساس آماره‌های ضریب تعیین، F، LR و آزمون نرمالیته توزیع جملات اخلال، مدل درجه دوم تعمیم یافته انتخاب شد. فرم کلی این تابع به صورت رابطه (۴) است:

(۴)

$$Y = A + \sum_{i=1}^{4} {}_{i}x_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} {}_{ii}(x_i)^2 + \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} {}_{ij}(x_i)(x_j) \qquad i \neq j$$

در رابطه (۴)، Y: مقدار تولید محصول، A: ضریب فناوری و X_iها نشان‌دهنده نهاده‌های تولیدی است که در رابطه (۳) معرفی شده است. پس از برآورد مدل برای آزمون معنی‌داری ضرایب از آزمون t و برای آزمون عدم خود همبستگی[5] بین جملات خطا از آزمون دوربین واتسون[6] استفاده شده است.

از رابطه (۵) به منظور محاسبه میزان آب مصرفی استفاده شده است.

$$W = 3.6 L.H.D \qquad (۵)$$

در رابطه (۵) W: میزان آبکشی برحسب مترمکعب در سال، L: دبی لحظه‌ای (لیتر در ثانیه)، H: ساعات آبکشی و D: تعداد روزهای آبکشی در سال را نشان می‌دهند.

در این پژوهش به منظور بررسی و تعیین مسیر بهینه اقتصادی استحصال آب از روش بهینه‌یابی پویا و رهیافت کنترل بهینه استفاده شده است. هر سیستم پویا دارای متغیرهای کنترل[7]، متغیرهای وضعیت[8]، اهداف و یک زمان ابتدایی و انتهایی است. متغیرهای کنترل ابزار تأثیرگذاری بر سیستم است، که با $u(t)$ نشان داده می‌شود. تصمیم گیرنده می‌خواهد در هر لحظه از زمان مقدار $u(t)$ را به بهترین نحو تعیین کند تا آثار مطلوبی بر سیستم بگذارد. متغیرهای وضعیت که با $X(t)$ مشخص می‌شوند، وضعیت سیستم را در هر لحظه از زمان نشان می‌دهند. $X(t)$ در طول زمان، مسیری را طی می‌کند که به آن مسیر وضعیت می‌گویند. بدیهی است هر مقداری که برای متغیرهای کنترل تعیین شود، مسیر وضعیت نیز متناسب با آن تعیین می‌شود. رابطه متغیر کنترل و وضعیت را می‌توان به صورت یک معادله دیفرانسیل نوشت که در واقع حرکت سیستم را توصیف می‌کند. به همین دلیل به آن "معادله حرکت[9]" می‌گویند (۲). هدف از این پژوهش دستیابی به مسیر بهینه‌ی استحصال آب با در نظر گرفتن اثرات جانبی برداشت از منابع آب زیرزمینی است. این اثرات زمانی بروز می‌کند که فعالیت یک واحد بر تولید واحدهای دیگر اثر گذاشته و یا هزینه‌ی را به آنها تحمیل کرده که در محاسبات سود و زیان آنها وارد نمی‌شود. در صورت ارزشگذاری این آثار می‌توان گفت که در عمل آثار جانبی درونی سازی شده است (۳۰). به دلیل مشترک بودن منابع آب زیرزمینی آثار جانبی در استفاده از این منبع در میان بهره‌برداران ملاحظه می‌شود. برداشت زیاد از این منبع به لحاظ افت سطح آب منجر به افزایش هزینه استحصال می‌شود. بنابر این برای دستیابی به مسیر بهینه‌ی استحصال و قیمت آب باید آثار جانبی را در نظر گرفت.

با عنایت به مباحث فوق، تابع هدف به صورت رابطه (۶) تبیین می‌شود. این رابطه معادل بیشینه کردن ارزش حال اضافه رفاه تولیدکننده است (۱۲).

(۶)

$$NB = \int_0^T e^{-rt}\left(\int_0^q D_t^{-1}(q)dq - c(h_t)q_t\right)dt$$

در رابطه (۶) NB: ارزش حال سود به دست آمده از مصرف آب در طول دوره زمانی T (اضافه رفاه تولیدکننده)، q: مقدار آب تقاضا شده، D_t^{-1}: تابع معکوس تقاضا و $\int_0^q D_t^{-1}(q)\,dq$: مساحت زیر منحنی تقاضا است که با کسر هزینه استحصال آب، اضافه رفاه تولیدکننده را نشان می‌دهد. $c(h_t)$: هزینه استحصال هر واحد از آب که تابعی از ارتفاع سطح سفره آب است، q_t: میزان استحصال آب و r: نرخ تنزیل است.

اگر مجموع نفوذ بارندگی خالص به همراه آب برگشت داده شده از آبیاری و نفوذ آب سطحی، ورودی منبع زیرزمینی (R) و مجموع برداشت توسط مصرف‌کنندگان (q_t) و نشت آب به صورت قنات و چشمه‌ها (L)، خروجی‌های آن را تشکیل دهد. معادله حرکت، مشخصه وضعیت ارتفاع سطح سفره آب در طی زمان با رابطه (۷) نشان داده می‌شود (۱۲).

$$¥(\dot{h}_t) = R - l(h_t) - q_t \qquad (۷)$$

¥: عامل تبدیل حجم آب از مترمکعب به سطح آب بر حسب متر است. رابطه بین سطح سفره و میزان تخلیه آب چشمه، به صورت $l(h_t) = kh^2$ بیان شده است (۱۹). در این رابطه k ضریب مخصوص برای سفره آب زیرزمینی می‌باشد. بدین ترتیب مسأله برداشت از سفره آب زیرزمینی برای بیشینه کردن ارزش حال رفاه تولیدکننده به صورت مدل (۸) فرمول‌بندی می‌شود:

$$Max \int_0^T e^{-rt}\left(\int_0^q D_t^{-1}(q)dq - c(h_t)q_t\right)dt \qquad (۸)$$

$$s.t:$$

$$¥(\dot{h}_t) = R - l(h_t) - q_t$$

$$h(t) \geq h_s$$

1- Flexible functional form
2- Inflexible functional form
3- Generelized Quadratic functional form
4- Cobb-Douglass functional form
5- Auto – Correlation
6- Durbin -Watson test
7- Control Variables
8- State Variables
9- Motion Equation

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

بر اساس مدل (۸) تابع همیلتون به صورت رابطه (۹) نوشته شده است:

(۹)

$$H=(\int_0^q D_t^{-1}(q)dq-c(h_t)q_t)+a¥(R-l(h_t)-q_t)$$

a : قیمت سایه ای هر واحد آب زیر زمینی است. شرایط مرتبه اول برای حداکثر سازی تابع همیلتون، به صورت معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) نوشته شده است (۲۴):

$$\dot{h}_t=\frac{\partial H}{\partial a_t}=¥\left(R-l(h_t)-q_t\right) \quad (۱۰)$$

$$\dot{a}=ra_t-\frac{\partial H}{\partial h_t}=ra_t+C'(h_t)q_t+a_t¥L'(h_t) \quad (۱۱)$$

(۱۲)

$$\frac{\partial H}{\partial q_t}=D_t^{-1}(q_t)-c(h_t)-a_t\le 0 \qquad if \prec then \Rightarrow q_t=0$$

بنابراین مسیرهای بهینه ارتفاع سطح سفره، قیمت آب و میزان استحصال از سفره آب زیرزمینی برای رسیدن ارتفاع سفره به میزان بهینه آن، از سیستم معادلات دیفرانسیلی فوق حاصل می‌شود (۳۰).

نتایج و بحث

بر اساس روش نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ی نسبتی، تعداد ۱۲۱ نفر بهره‌بردار چاه‌های کشاورزی از دهستان‌های دشت همدان- بهار انتخاب و مورد مطالعه قرار گرفتند. اندازه مزرعه این افراد بسیار متفاوت، از حداقل ۰/۵ تا حداکثر ۱۰۵ هکتار با میانگین ۱۱/۳ هکتار می باشد.

در تخمین تابع تولید ابتدا باید مناسبترین فرم تبعی مدل تعیین شود. بدین منظور دو نوع تابع تولید از توابع انعطاف ناپذیر و انعطاف‌پذیر، شامل توابع کاب داگلاس و درجه دوم تعمیم یافته برای بیان رابطه میان عوامل تولید و تولید سیب زمینی برآورد گردید. نتایج نشان داد، هر دو فرم تابع از لحاظ قدرت توضیح‌دهندگی بر اساس آماره ضریب تعیین مناسب است. همچنین معنی‌داری آماره F در هر دو مدل بیانگر معنی‌داری کل رگرسیون است. بنابر این برای انتخاب بهترین مدل از آزمون نسبت درستمایی بهره گرفته شد. در این آزمون تابع کاب-داگلاس به عنوان تابع مقید و تابع درجه دوم تعمیم یافته به عنوان تابع غیرمقید می‌باشد. نتایج این آزمون در جدول (۲) نشان داده شده است. بر اساس آماره LR، برتری تابع کاب-داگلاس نسبت به تابع درجه دوم تعمیم یافته در سطح اطمینان یک درصد رد شد.

جدول ۲- مقایسه توابع کاب- داگلاس و درجه دوم تعمیم یافته (آزمون نسبت درستنمایی)

Table 2. Comparison of Cobb - Douglas and secondarily generalized (likelihood ratio test)

تابع	مقدار تابع درستنایی	تعداد پارامترها	LR	مقدار بحرانی LR (0 . 01 = ~)
کاب- داگلاس	۵/۳	۵	۱۷/۶	۱۰/۵
درجه دوم تعمیم یافته	۱۴/۴	۱۱	-	-

مأخذ: یافته‌های تحقیق

فرم کلی تابع درجه دوم تعمیم یافته به صورت رابطه (۱۳) است:

(۱۳)

$$Y=A+\sum_{i=1}^{4} {}_i x_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} {}_{ii}(x_i)^2+\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} {}_{ij}(x_i)(x_j) \qquad i\neq j$$

در رابطه (۱۳)، Y: تولید محصول، A: ضریب فناوری و X_iها معرف نهاده‌ها است. نهاده‌ها شامل آب، کود شیمیایی، بذر و نیروی کار است. نتایج حاصل از برآورد تابع تولید درجه دوم تعمیم یافته در جدول (۳) نشان داده شده است. در این جدول W و N به ترتیب نشان‌دهنده مقدار آب و کود شیمیایی است. در الگوی ارزیابی شده متغیر بذر و نیروی کار به دلیل معنی‌دار نبودن پارامتر آنها از الگو حذف شده است. با توجه به فرهنگ کشاورزی و عملیات زراعی مرسوم در منطقه، تقریباً همه کشاورزان به یک میزان از نیروی کار و بذر در واحد سطح استفاده می‌کنند. بنابراین معنی‌دار نبودن این دو متغیر به‌دلیل عدم اختلاف در میزان کاربرد آنها دور از انتظار نیست. ضریب تعیین تعدیل شده در این مدل برابر با ۰/۸۵ است. بالا بودن این ضریب به خوبی برازش مدل اشاره دارد. معنی‌داری آماره F فرض صفر بودن همزمان متغیرها را رد می‌کند. ضریب متغیر آب (W) در سطح یک درصد معنی‌دار شده است. علامت این ضریب نشان‌دهنده رابطه مثبت میان میزان آب مصرفی و عملکرد محصول دارد. همچنین معنی‌داری متغیر کود شیمیایی (N) در سطح یک درصد با علامت مثبت، افزایش تولید را در نتیجه‌ی افزایش مصرف کود شیمیایی نشان می‌دهد.

برای اطمینان از نتایج حاصل از تخمین تابع تولید، آزمون‌های بهترین تخمین بدون اریب از جمله خود هبستگی، واریانس ناهمسانی، نرمال بودن اجزاء اخلال و آزمون تشخیص خطای تصریح انجام شده است. بنابر نتایج نشان داده شده در جدول (۳)، آماره گلچسر جهت آزمون فرضیه عدم واریانس ناهمسانی برابر ۱/۱ است. بنابر این فرضیه عدم واریانس نا همسانی پذیرفته می‌شود. همچنین آمار دوربین واتسون برابر ۲/۰۲ است. این آماره نیز تأکید بر عدم مشکل خود هبستگی در میان اجزاء اخلال دارد. آماره جارکو برا و رمزی به ترتیب برابر با ۴/۷ و ۰/۶ است. این دو آماره نیز فرضیه نرمال اجزاء اخلال و خوبی برازش مدل را تأیید می کنند.

در این تحقیق برای تعیین مسیر بهینه استحصال آب نیاز به برآورد تابع تقاضای آب است. تابع تقاضای آب بر اساس مطالعه پی تافی و روماست (۱۸) و رامست و کریستوفر (۲۳) از روش حداکثر سازی سود استفاده شده است. تابع سود به صورت رابطه (۱۴) معرفی شده است:

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

(۱۴)
$$\text{®} = P_y \times (A + \sum_{i=1}^{2} {}_i x_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} {}_{ii}(x_i)^2 + \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} {}_{ij}(x_i)(x_j)) - (C_f - \sum_{i=1}^{2} r_i X_i)$$

در رابطه (۱۴) ® نشان‌دهنده میزان سود، P_y قیمت بازاری برای y، A ضریب فناوری، X نهاده‌های تولید، C_f هزینه ثابت و r_i قیمت هر واحد از نهاده است.

جدول ۳- ضرایب تابع تولید برتر (درجه دوم تعمیم یافته) در محصول سیب زمینی
Table 3. Function of coefficients secondarily generalized on the potato crop

متغیر	ضریب	خطای معیار	آماره t	سطح معنی‌داری
C	۴۶۵۵۱	۳۹۴۵۰/۱۲	۱/۱۸	۰/۲۶
W	۱۵/۷	۲/۸	۵/۶	۰/۰۰
N	۴۳/۴	۱۲/۴	۳/۵	۰/۰۰
WW	-۰/۱۵	۰/۰۲	۶/۳۳	۰/۰۰
NN	۰/۱۲	۰/۰۳	۳/۸۵	۰/۰۰
WN	-۰/۳۸	۰/۰۷	-۵/۴۶	۰/۰۰
$n = 121$		$F = 506.7^{**}$	$R^2 = 0.87$	
		$DW = 2.02$	$\overline{R}^2 = 0.85$	
Glejser = 1.1 ns		Ramsey RESET = 0.6 ns	Jarque-Bera = 4.7 ns	

مأخذ: یافته‌های تحقیق، **: نمایانگر معنی دار بودن در سطح ۵ درصد و ns: نمایانگر بی‌معنی بودن آماره است.

بر اساس رابطه (۱۴) و اطلاعات جدول (۳) تابع سود به صورت رابطه (۱۵) تنظیم شده است:

(۱۵)
$$\text{®} = P_y \times (46551 + 15.7W + 43.4N - 0.15W^2 + 0.12N^2 - 0.38WN) - (C_f - r_w W - r_N N)$$

مطابق شرط اول حداکثر سازی (FOC) و با استناد به قضیه هتلینگ[1]، می‌توان تابع تقاضا و مقادیر بهینه عوامل تولید را از رابطه (۱۵) محاسبه کرد. برای این منظور رابطه (۱۶) و (۱۷) به ترتیب مشتق رابطه (۱۵) را نسبت به متغیر آب و کود شیمیایی نشان می‌دهد.

(۱۶)
$$\frac{\partial \text{®}}{\partial W} = P_y[15.7 - 0.3W - 0.38N] - r_W = 0$$

(۱۷)
$$\frac{\partial \text{®}}{\partial N} = P_y[43.4 - 0.38W + 0.24N] - r_N = 0$$

با حل همزمان معادلات (۱۶) و (۱۷)، تابع تقاضای آب بصورت رابطه (۱۸) نوشته می‌شود.

(۱۸)
$$W = 96.5 - \frac{1}{P_y}(1.14r_w - 1.8r_N)$$

همان‌گونه که از فرم این تابع مشخص است، میزان آب مصرفی با قیمت آن رابطه منفی دارد. بنابراین افزایش قیمت آب منجر به کاهش مصرف آب می‌شود. همینطور میزان تقاضای آب با قیمت کود شیمیایی و قیمت محصول رابطه مثبت دارد. با جایگذاری میانگین قیمت آب، کود شیمیایی و محصول در تابع تقاضای آب، میزان مصرف بهینه اقتصادی آب برای محصول سیب‌زمینی به صورت رابطه (۱۹) محاسبه شده است:

(۱۹)
$$W = 96.5 - (1.14r_w - 1.8r_N)\frac{1}{P_y} = 6570\ (m^3/ha)$$

بر اساس رابطه (۱۹) مقدار مصرف بهینه اقتصادی آب برابر با ۶۵۷۰ مترمکعب در هکتار است. این مقدار مصرف آب منجر به حداکثر سود کشاورز در هکتار می‌شود. بر اساس توصیه تحقیقاتی میزان آب مصرفی در مزارع سیب زمینی دشت همدان- بهار ۶۶۷۲ مترمکعب است (۲۷). بنابر این میزان توصیه تحقیقاتی تقریباً با میزان مصرف بهینه اقتصادی آب یکسان است. جدول (۴) وضعیت کشاورزان منطقه را در خصوص میزان استفاده از آب در مزارع سیب زمینی نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود ۱۵/۷ درصد کشاورزان سیب‌زمینی کار دشت همدان- بهار کمتر از حد بهینه اقتصادی و ۸۴/۳ درصد بیش از این مقدار آب مصرف می‌کنند.

با استفاده از تابع تقاضای آب می‌توان از رابطه (۲۰) کشش قیمتی تقاضای آب را محاسبه کرد.

(۲۰)
$$EW = \frac{\partial W}{\partial r_w} \cdot \frac{r_w}{W} = -1.9$$

مقدار کشش قیمتی تقاضای آب نشان می‌دهد که با افزایش یک درصد قیمت آب، به طور متوسط تقاضا برای آب ۱/۹ درصد کاهش می‌یابد. این یافته با نتایج حاصل از تحقیق پانگ کیجوراسین و همکاران (۲۰) و پندیک (۱۹) با وجود تفاوت در مقدار اما مبنی بر با کشش بودن آب یکسان است. البته شاپور آبادی (۲۶) و اسدی (۴) در نتایج تحقیقاتی خود نشان دادن که تقاضای آب بی‌کشش است.

1- Hetling

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]
[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

جدول ۴- حد بهینه اقتصادی آب در مزارع سیب‌زمینی

Table 4. The economic optimum level of water in the potato fields Unit: cubic meters per hectare

دامنه	فرآوانی	درصد
کمتر از ۶۵۷۰	۱۹	۱۵/۷
بیشتر از ۶۵۷۰	۱۰۲	۸۴/۳
جمع	۱۲۱	۱۰۰

مأخذ: یافته‌های تحقیق

جدول (۵) نتیجه برآورد تابع هزینه آب را نشان می‌دهد. کل مدل در سطح ۵ درصد معنی‌دار است، آماره‌ی F این مطلب را نشان می‌دهد. R^2 مدل بیانگر آن است که ۹۵ درصد از تغییرات هزینه آب توسط تغییرات میزان عمق چاه توضیح داده می‌شود. ضریب عمق چاه در سطح یک درصد معنی‌دار شده است. ضریب متغیر عمق چاه نشان از اثر مثبت بر هزینه تخلیه آب از چاه دارد. بنابر این به ازای افزایش هر متر عمق چاه، ۱۸/۲ واحد هزینه‌ی استخراج هر مترمکعب آب افزایش می‌یابد. برای اطمینان از نتایج حاصل از تخمین رگرسیون هزینه پمپاژ آب آزمون‌های بهترین تخمین بدون اریب از جمله خود هبستگی، واریانس ناهمسانی، نرمال بودن اجزاء اخلال و آزمون تشخیص خطای تصریح انجام شده است. بنابر نتایج نشان داده شده در جدول (۵) آماره گلچسر جهت آزمون فرضیه عدم واریانس ناهمسانی برابر ۰/۷۱ است. بنابراین فرضیه عدم واریانس ناهمسانی پذیرفته می‌شود. همچنین آمار دوربین واتسون برابر ۱/۹۸ است. این آماره نیز تأکید بر عدم مشکل خود هبستگی در میان اجزاء اخلال دارد. آماره جارکو برا و رمزی به ترتیب برابر با ۲/۹۶ و ۱/۱۶ است. این دو آماره نیز فرضیه نرمال اجزاء اخلال و خوبی برازش مدل را تأیید می‌کنند. تابع هزینه آب را می‌توان به صورت رابطه (۲۱) نوشت:

$$c(h_t) = 623 + 18.2 h_t \qquad (۲۱)$$

جدول ۵- ضرایب رگرسیون هزینه پمپاژ آب با عمق چاه

Table 5. Regression coefficients the cost of water pumping wells with depth

متغیرها	ضرایب	خطای معیار	آماره t
جزء ثابت	۶۲۳	۲۸۳۱.۸	۰/۲۲
عمق چاه (متر)	۱۸/۲*	۸/۱	۲/۲۶
	$n = 121$	$F = 506.7^{**}$	$R^2 = 0.95$
	$DW = 1.98$	$S.E = 10583$	$\overline{R}^2 = 0.95$
	Glejser = 0.71^{ns}	Ramsey RESET = 1.16^{ns}	Jarque-Bera = 2.96^{ns}

مأخذ: یافته‌های تحقیق، * و **: به ترتیب نمایانگر معنی‌دار بودن در سطح ۱، ۵ درصد و ns: نمایانگر بی‌معنی بودن آماره است.

نتایج تابع هزینه‌ی پمپاژ آب بسیار نزدیک به نتایج تقی‌زاده (۳۱)، فتحی (۱۱) و تهامی‌پور (۳۲) است، اما مقدار ضریب بدست آمده با نتیجه خلیلیان (۱۷) متفاوت می‌باشد. اصولاً شرایط منطقه و زمان مطالعه بر نتایج حاصل از برآورد این تابع مؤثر است.

معادله حرکت تحت عنوان محدودیت مدل، به صورت رابطه (۲۲) است.

(۲۲)

$$\dot{h} = 0.0000000517 \times (180200000 - 5.8h_t^2 - q_t)$$

در دشت همدان- بهار میزان تخلخل مؤثر به طور میانگین ۵ درصد است (۳). به این ترتیب مقدار ¥ در رابطه (۲۲) برابر ۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۱۷ محاسبه شده است. این پارامتر نشان می‌دهد که با برداشت هر مترمکعب آب از منابع زیرزمینی، سطح آب ۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۱۷ متر کاهش می‌یابد.

در رابطه (۲۲) متوسط جریان برگشتی به سفره آب زیرزمینی در دشت مورد مطالعه ۱۸۰/۲ میلیون مترمکعب در نظر گرفته شده است. همینطور در رابطه (۲۲) رابطه نشتی از سفره به صورت قنوات و چشمه با ارتفاع سطح آب در سفره به صورت رابطه (۲۳) لحاظ شده است (۱۹):

$$L(h_t) = 5.8 h_t^2 \qquad (۲۳)$$

بدین ترتیب با استفاده از روابط (۱۸)، (۲۱) و (۲۲) مسأله برداشت از سفره آب زیرزمینی به منظور بیشینه کردن ارزش حال رفاه تولیدکننده به صورت مدل (۲۴) تنظیم شده است:

(۲۴)

$$Max \int_0^T e^{-rt} \left(\int_0^q (-1.6 r_N - P_y(53.07 + 0.88 q_t)) dq - (623 + 18.2 h_t) q_t \right) dt$$

$$s.t:$$

$$¥\left(\dot{h}_t\right) = 0.0000000517(180200000 - 5.8 h_t^2 - q_t)$$

$$h_t \geq h_s$$

جزء اول تابع هدف در مدل (۲۴)، تابع معکوس تقاضای آب است، که از رابطه (۱۸) محاسبه شده است. برای حل این مدل، تابع همیلتون بصورت رابطه (۲۵) تنظیم می‌شود.

(۲۵)

$$H = \left(\int_0^q (-1.6 r_N - P_y(53.07 + 0.88 q_t)) dq - (623 + 18.2 h_t) q_t \right) + {}^{a}{}_t \left[0.0000000517 \times (180200000 - 5.8 h_t^2 - q_t) \right]$$

در رابطه (۲۵) ^{a} بیانگر قیمت سایه‌ای هر واحد از آب زیرزمینی است.

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

از شرایط مرتبه اول برای حداکثر سازی تابع همیلتون می‌توان معادله (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) را استخراج کرد:

(۲۶)

$$\dot{h}_t = \frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = 0.0000000517 \times (180200000 - 5.8h_t^2 - q_t)$$

(۲۷)

$$\dot{\lambda} = r\lambda_t - \frac{\partial H}{\partial h_t} = r\lambda_t + C'(h_t)q_t + \lambda_t L'(h_t) = r\lambda_t - 18.2q_t + \lambda_t[0.0000000517 \times 11.6]$$

(۲۸)

$$\frac{\partial H}{\partial q_t} = (-1.6r_N - P_y(53.07 + 0.88q_t) - 623 + 18.2h_t - \lambda_t = 0$$

استخراج روابط (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) از تابع همیلتون مطابق تحقیقات صورت گرفته توسط چی ترا و چاندراکانت (۸) و حسین زاده و همکاران (۱۲) است. مقدار r (افزایش سالانه قیمت آب) ۹ درصد منظور شده است. برای به دست آوردن شرط برابری سود نهایی استحصال و سود نهایی ذخیره، رابطه (۲۷) به صورت رابطه (۲۹) نوشته شده است:

(۲۹)

$$\dot{\lambda} - 18.2q_t = r\lambda_t + \lambda_t[0.0000000517 \times 11.6]$$

رابطه (۲۹) یک شرط بهینه کلی است. سمت راست معادله سود نهایی استحصال آب و طرف چپ معادله سود نهایی ذخیره را نشان می‌دهد.

بر اساس رابطه (۲۸) می‌توان رابطه (۳۰) را برای محاسبه λ_t نوشت:

(۳۰)

$$\lambda_t = (-1.6r_N - P_y(53.07 + 0.88q_t) - 623 + 18.2h_t$$

با گرفتن مشتق از رابطه (۳۰) نسبت به زمان و ترکیب آن با معادلات (۲۶) و(۲۷) و خلاصه‌سازی λ_t ، $\dot{\lambda}$ و $\dot{h}_t$ رابطه (۳۱) حاصل می‌شود:

(۳۱)

$$(-1.6r_N - P_y \times (53.07 + 0.88q_t) - (623 + 18.2h_t) = \frac{0.0000000517 \times (180200000 - 5.8h_t^2) \times 18.2}{r + 0.0000000517 \times 11.6h_t}$$

از رابطه (۳۱) با در نظر گرفتن این موضوع که اگر آب برداشت شده برابر با ورودی خالص به سفره باشد ($R_t = q_t$) می‌توان ارتفاع بهینه (h_t^*) را برای سطح ایستابی سفره آب زیرزمینی محاسبه کرد. به این صورت ارتفاع بهینه برابر با ۱۷۳۳/۲ است.

قیمت بهینه در سطح ایستابی (h_t^*) با استفاده از رابطه (۳۲) و تابع تقاضای آب به دست می‌آید. بنابر این قیمت بهینه برابر ($P^* = 2200$) ریال محاسبه شده است.

(۳۲)

$$\dot{h}_t = 0.0000000517 \times (180200000 - 5.8h_t^2 - q_t)$$

زمانی که سطح اولیه از سطح وضعیت ایستایی بهینه پایین‌تر $h^* \prec h_t^*$ باشد، به تبع آن قیمت از میزان قیمت بهینه بالاتر است ($P^* \succ P_t$). در این حالت باید با سیاست‌های کنترل تقاضای آب میزان مصرف آب را کاهش داد.

با محاسبه ارتفاع و قیمت بهینه آب زیرزمینی می‌توان مسیر بهینه استحصال از سفره آب زیرزمینی و مسیر بهینه ارتفاع و قیمت آب زیرزمینی را از روابط (۳۳)، (۳۴) و (۳۵) بدست آورد. رابطه (۳۳) مقدار بهینه استحصال آب از سفره زیرزمینی در طی زمان را نشان می‌دهد.

(۳۳)

$$q_t = 2883287866 - 16537.8t - 467.4t^2$$

رابطه (۳۴) مسیر بهینه ارتفاع سطح سفره زیرزمینی در طول زمان را نشان می‌دهد:

(۳۴)

$$h_t = 0.274t + 1715.9$$

مسیر بهینه قیمت آب با استفاده از معادلات دیفرانسیل (۲۶) و (۲۷) و تابع تقاضای آب بدست می‌آید. بدین‌صورت رابطه (۳۵) مسیر بهینه قیمت آب را نشان می‌دهد.

$$p_t = 3200 - 0.16t - 0.000004t^2 \qquad (۳۵)$$

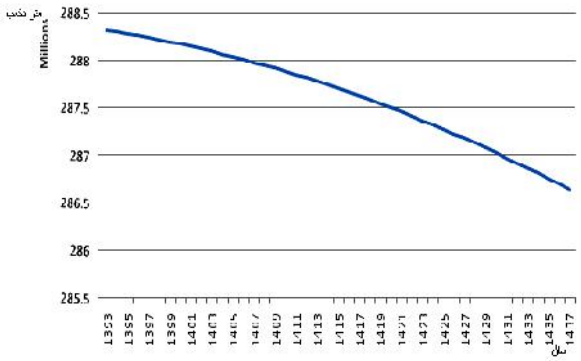
با استفاده از رابطه (۳۳)، مسیر استحصال بهینه از سفره آب زیرزمینی در شکل (۲) رسم شده است. با توجه به این نمودار میزان آبی که می‌توان از سفره زیرزمینی برداشت کرد، بایستی کاهش یابد تا این منبع در طول زمان بازسازی شده و به سطح بهینه خود برسد. مطابق رابطه (۳۴) و شکل (۳) حاصله از این رابطه ارتفاع سطح سفره آب از مقدار اولیه آن در سال ۱۳۹۳ که برابر با ۱۷۱۶ متر می‌باشد، شروع به افزایش می‌کند. با این محاسبه ۴۵ سال زمان نیاز است تا ارتفاع سطح آب به مقدار بهینه یعنی به ۱۷۳۲ متر افزایش یابد. این نتیجه با نتایج رامست و کریستوفر (۲۵) و حسین‌زاده و همکاران (۱۲) تا حدی منطبق است. در مطالعه حسین‌زاده (۱۲) مدت زمان لازم جهت جبران کسری مخزن را ۳۶ و در تحقیقات رامست و کریستوفر (۲۵) ۲۶ سال برآورد شده است. البته این مدت بستگی به شرایط منطقه از نظر افت سطح آب و میزان برداشت از سفره آب زیرزمینی دارد. قیمت آب مطابق رابطه (۳۵) تغییر خواهد کرد. شکل (۴) روند قیمت از سال ۱۳۹۳ به بعد را نشان می‌دهد. مطابق این محاسبه، قیمت در سال ابتدائی به ۳۲۰۰ ریال در هر مترمکعب افزایش می‌یابد تا بتوان میزان تقاضای آب را کاهش داد. به تدریج با بالا آمدن ارتفاع آب در سطح سفره، هزینه استحصال آب کاهش یافته و مطابق آن قیمت هر واحد آب زیرزمینی روند نزولی به خود می‌گیرد. در سال آخر پیش‌بینی (۱۴۳۹) قیمت هر واحد آب به ۲۲۰۰ ریال کاهش می‌یابد. با توجه به کشش‌پذیر بودن تقاضای آب (۱/۹-) مسلماً واقعی نمودن قیمت آب می‌تواند در کاهش مصرف آن مؤثر واقع شود. این یافته نیز با یافته‌های پی تافی و روماست (۲۰)، رامست و کریستوفر (۲۵)

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

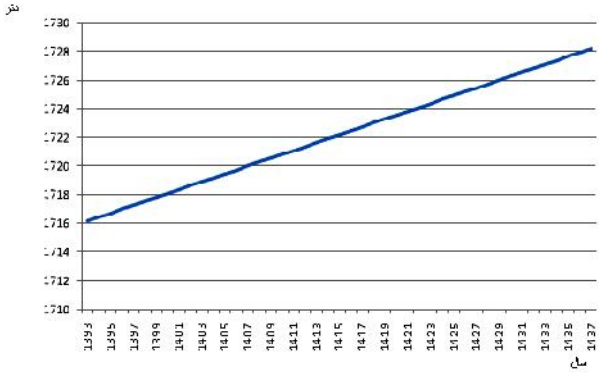
[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

و حسین زاده و همکاران (۱۲) مبنی بر روند نزولی قیمت تا دستیابی به سطح بهینه ایستابی آب مطابقت دارد. برخلاف نتایج بلالی و همکاران (۶) که برای حذف بیلان منفی آب زیرزمینی دشت همدان- بهار قیمت هر متر مکعب آب را ۱۵۰۰ محاسبه نموده اند، در این پژوهش قیمت آب در طی زمان بصورت نزولی در نظر گرفته شده است، به نوعی که با افزایش سطح سفره آب زیرزمینی و کاهش هزینه استحصال آب قیمت هر مترمکعب آب کاهش یافته و در انتهایی دوره به ۲۲۰۰ ریال می‌رسد. این ارزش، در مقایسه با بالاترین قیمت مبادله‌ای آب محلی در دشت همدان- بهار (۵۵۰ ریال)، تفاوت قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد. بر این اساس پیشنهاد می‌شود تعرفه‌های آب کشاورزی به تدریج اصلاح شود تا زمینه صرفه‌جویی و ذخیره‌سازی این نهاده مهم فراهم شود.

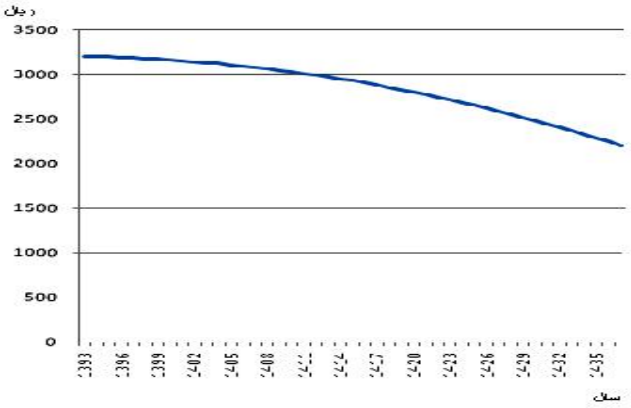
در صورت عدم رعایت برداشت بهینه، بزودی دشت همدان- بهار دچار مشکل جدی کمبود آب و از دست رفتن منابع آب زیرزمینی خواهد شد. مطابق مطالعه رحمانی و سدهی (۲۳) با ادامه روند فعلی در سال ۱۴۰۰ متوسط ارتفاع سطح آب دشت به ۱۷۰۳ متر خواهد رسید. در این شرایط با برداشت بهینه از منابع آب زیرزمینی می‌توان وضع موجود را به وضعیت بهتر و پایدار تغییر داد. بر خلاف سایر مطالعات (۱۲،۲۵) در دشت همدان- بهار به دلیل اینکه آب سطحی قابل توجهی وجود ندارد و منبع دیگری از جمله آب تصفیه شده از منابع فاضلاب نیز در دسترس نیست، زمان بازسازی سفره آب زیرزمینی طولانی‌تر و حدوداً به ۴۵ سال زمان نیاز است. در این شرایط علاوه بر اصلاح قیمت آب، اقداماتی دیگر در جهت اصلاح شیوه مدیریت تقاضای آب باید انجام شود. در این رابطه لازم است دولت در تدوین قوانین و عدم صدور مجوز جدید، مانع برداشت اضافی آب توسط کشاورزان شود. در شرایط بیلان منفی دشت ضروری است که حداقل در دوره‌ی هرچند میان مدت کشت محصولات با نیاز آبی کم جایگزین کشت سیب‌زمینی شود. توصیه در استفاده از روش های پیشرفته آبیاری باعث کاهش فشار بر منبع شده و امکان ترمیم ذخیره را فراهم می‌کند. همچنین زمینه ارتقای آگاهی کشاورزان نسبت به مصرف بی‌رویه آب و مشکلات عدم پایداری منابع آب زیرزمینی می‌تواند در این امر مؤثر باشد.



شکل ۲- مسیر بهینه استحصال آب زیرزمینی در دشت همدان- بهار
Figure 2. Optimal path of extracting groundwater in the plain of Hammedan - Bahar



شکل ۳- مسیر بهینه ارتفاع سطح سفره آب زیرزمینی در دشت همدان- بهار
Figure 3. Optimal path of altitude groundwater in the plain of Hammedan - Bahar



شکل ۴- مسیر بهینه قیمت آب زیرزمینی در دشت همدان- بهار
Figure 4. Optimal path of Price groundwater in the plain of Hammedan-Bahar

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

منابع

1. Afzali, A. and K. Shahedi. 2014. Investigation on Trend of Groundwater Quantity- Quality Variation in Amol-Babol Plain. Journal of Watershed Management Research. 5(10):144-156.
2. Ahrabi, F. and A. Shakeri. 2015. Dynamic optimized principles. (Translation). 2nd ed. Allameh Tabataba'i University Press 474 pp (In Persian).
3. Anonymous. 2009. Annual Report of groundwater resources of Hamadan-Bahar plain, studies company water resources Hamadan. Shares company regional water Hamadan province, (In Persian).
4. Anonymous. 2008. Id villages in Hamadan province (Township Lalegin section). Statistics and information office (In Persian).
5. Assadi, H. 1997. The price of agricultural water in Iran. A Case Study in Taloqan. Master thesis (In Persian).
6. Balali, H., S. Khalilian and M. ahmadian. 2010. The role of water pricing in the agricultural sector on the balance of groundwater resources. Journal of Agricultural Economics and Development. Science and Agricultural Industries, 24: 185-194 (In Persian).
7. Chizari, A.M., G.H. Sharzehi and A. Keramatzadeh. 2006. Economic value of water with the ideal planning. (A case study: Barzo Shirvan dam). Economic Research Journal, 39: 66-71 (In Persian).
8. Chaitra, B.S. and M.G. Chandrakanth. 2005. Optimal extraction of groundwater for irrigation: synergies from surface water bodies' intropical india. Water Policy, 7: 597-611.
9. Ding, Ya. and J. Peterson. 2012. Comparing the cost-effectiveness of water conservation policies in a depleting aquifer: A dynamic analysis of the kansas high plains. Journal of Agricultural and Applied Economics, 44: 223-234.
10. Domenico, P., D.V. Anderson and C. Case. 1969. Optimal ground water mining. Water Resources Research, 4: 247-255.
11. Fathi, F. and M. Zibai. 2011. The effect of groundwater level decline on reducing the welfare of farmers in Firozabad plain. Journal of Agricultural Economics and Development. Agricultural Sciences and Technology, 25: 10-19 (In Persian).
12. Hossinzadeh, H., A. Javadi, B. Hayati, A. Peshbahar and Gh. Dashti. 2011. The application of the optimal of groundwater resources (A Case Study: Ajabshir plain) Journal of Agricultural Economics and Development, 25: 212-218 (In Persian).
13. Hotellinhg, H. 1931. The economics of exhaustible resources. The Journal of Political Economy, 39: 137-175.
14. Gisser, M. and D.A. Sanchez. 1980. Competition versus optimal control in groundwater pumping. Water Resources Research, 16: 638-642.
15. Kalirad, Z., A. Malekian and B. Motamedvaziri. 2013. Determining of Groundwater Resources Distribution Pattern (Case Study: Alashtar Basin, Lorestan Province). Journal of Watershed Management Research, 4(7): 57-69.
16. Keramatzadeh, A., A.M. Chizari and A. Mirzai. 2007. Determine economic value of irrigation water with the use of the model agriculture and gardening optimal pattern. Development of Agricultural Economy, 14: 35-60 (In Persian).
17. Khalilian, S. and M. Mehrjardi. 2005. Valuation of groundwater in the agricultural sector. A Case Study Kerman region Agricultural Economics and Development, 51: 1-22 (In Persian).
18. Mosavi, A.R. and S. Porhaghighat. 2007. Examined the impact of the drought in hamedan province groundwater level. The 16th National Health Conferance Iran's Environment (In Persian).
19. Mink, J.F. 1980. State of the groundwater resources of southern oahu. Honolulu Boaed of Water Supply. Honolulu, HI, USA, 1981.
20. Pitafi, B.A. and J.A. Roumasset. 2003. Efficient groundwater pricing and watershed conservation finance: The honolulu case paper prepared for presentation at the American Agricultural Economics Association on annual meeting, montreal Canada, July 27-30.
21. Pyndyck, R. 1978. The optimal exploration and production of nonrenewable resources. Journal of Political Economy, 86: 841-861.
22. Ponghijvorasin, S., J. Roumasset and T. Duarte. 2008. Coastal groundwater management with nearshore resource interavtion. Working Paper, No 8. November 10.
23. Rahmani, A. and M. Sdehi. 2009. Predict changes in the subterranean water level in hamedan - bahar plain with a time series model. Journal of Water & Wastewater 51: 42-49 (In Persian).
24. Roumasset, J. and C. Wada. 2013. A dynamic approach to PES pricing and finance for interlinked ecosystem services: Watershed conservation and groundwater management. Ecological Economics, 87: 24-33.
25. Roumasset, J. and W. Christopher. 2010. Optimal and sustainable groundwater extraction. Sustainability, 2: 2676-2685.
26. Roumasset, J. and W. Christopher. 2014. Energy costs and the optimal use of groundwater. Allied Social Sciences Association (ASSA) annual meeting, Philadelphia, PA, January 3-5.
27. Seyedan, S.M. and A. Ghadami. 2009. Study the technical and economical water consumption and energy in different irrigation systems in the potato fields in the Hamedan province. Hamedan Agricultural Research Center, No: 88003 (In Persian).
28. Shapoorabadi, A. 2002. Analysis of agricultural water pricing policy in protecting water resources. A Case Study of zayanderud. Agricultural economics graduate thesis. Faculty of Agriculture. Tarbiat Modarres University (In Persian).
29. Sing, A. 2013. Simulation and optimization modeling for the management of groundwater resources. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 140: 1217-1227.
30. Sori, A. 2011. Mathematical economy methods and applications, 6nd ed second print. Samt press. (In Persian).
31. Taghizadeh, S. and Gh. Soltani. 2013. The impact of groundwater on the welfare of farmer's Case study: Wheat growers in the city of Fasa. Agricultural Economics Research, 5: 1-22 (In Persian).
32. Tahamipour, M., H. Mehrabi Basharabadi and A. Karbasi. 2005. The effect of groundwater level on social welfare producers. Case study: Zarand city pistachio growers. Agricultural Economics and Development, 49: 97-116 (In Persian).

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]

Achieving Optimal Path of Extracting Groundwater Resources Considering the Side Effects in Hamadan-Bahar Plain

Seyed Mohsen Seyedan[1], Mohammad Reza Kohansal[2] and Mohammad Ghorbani[3]

1 and 3- Ph.D. Student and Professor, Ferdowsi University of Mashhad
2- Professor, Ferdowsi University of Mashhad (Corresponding Author: kohansal@um.ac.ir)
Received: September 1, 2015 Accepted: July 13, 2016

Abstract

Stable modeling in water resources management requires recognizing the relations between the different uses of water and their long-term results on one hand and taking into account the current and future access to water resources and demands for them, on the other hand. In recent years, Hamedan-Bahar plain has been identified as one of the restricted groundwater areas in Hamedan province. In this plain, the groundwater level has decreased remarkably due to lack of the proper water management. The aim of this study is to provide a model to maximize the net benefit of farmers considering the stability of the groundwater. Since the effect of discharge groundwater is accumulated over time, time is taken as an essential variable in solving water optimization problems. Accordingly, applying dynamic models such as the optimal control method is appropriate for this purpose. The optimal path for water extraction from groundwater resources can be determined using the optimal control model. In this model, the additional cost of water extraction due to the further exploitation has been considered as a constraint in the modeling process. The effect of the added costs on optimal path and the price of water has also been investigated. Considering the optimal use of water and maximum welfare of the farmers, the results show that it will take about 45 years for the water level to increase from 1716 meters to the optimal level of 1732 meters. During this period, the price of water will decrease from 3200 to 2200 Rivals per cubic meter and the annual harvest from the groundwater resources will reduce to the level of 1.7 million cubic meters. Therefore, fulfilling the specified limit not only results in stable groundwater resources, but also leads to a sustainable agricultural development and enhancement of farmers' income.

Keywords: Net benefit, Optimal control method, Optimal extraction, Stable groundwater, Water resources management

[Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.29252/jwmr.8.15.191]