دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری
پژوهشنامه مدیریت حوزه آبخیز

# برآورد پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی در مدل روندیابی سیلاب با استفاده از الگوریتم چرخه آب

**سعید اکبری فرد[۱]، کورش قادری[۲] و مریم علیان‌نژاد[۳]**

۱ و ۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد و استادیار مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان
۳- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان
(نویسنده مسوول: Maryam.aliannejad@gmail.com )
تاریخ دریافت: ۹۴/۶/۲۵ تاریخ پذیرش: ۹۵/۲/۸

**چکیده**

**روندیابی سیل در رودخانه‌ها یکی از مهم‌ترین موارد در پروژه‌های مهندسی آب به حساب می‌آید. روندیابی هیدرولیکی مخصوصاً در رودخانه‌های چند شاخه‌ای و رودخانه‌های فاقد آمار حوزه میانی بسیار متداول است، ولی به این منظور نیاز به تهیه مقاطع عرضی و تعیین شیب‌ها در کلیه بازه‌های رودخانه است که روش ماسکینگام با صرفه جویی در زمان هم میزان هزینه این امر را ممکن می‌سازد. در این مقاله، الگوریتم چرخه آب(WCA) برای برآورد پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی پیشنهاد شده است. همچنین نتایج حاصل از الگوریتم مورد بررسی با نتایج روش‌های شناخته شده الگوریتم ژنتیک (GA)، الگوریتم گروه ذرات (PSO)، الگوریتم جستجوی هارمونی (HS) و الگوریتم رقابت استعماری (ICA) مقایسه شده است. در روش پیشنهادی، روش تابع جریمه غیر مستقیم در مدل برای جلوگیری از منفی شدن خروجی و ذخیره اعمال شده است. الگوریتم پیشنهادی بهینه سراسری یا نزدیک سراسری را بدون در نظر گرفتن مقادیر اولیه پارامترها با همگرایی سریع پیدا می‌کند. این الگوریتم در میان ۵ روش مختلف بهترین راه حل را ارائه کرد. نتایج نشان داد که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند با اطمینان خوبی به منظور برآورد مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام غیر خطی مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این، این الگوریتم می‌تواند برای هر مسئله بهینه‌سازی پیوسته در مهندسی مورد استفاده قرار گیرد.**

**واژه‌های کلیدی: روندیابی سیلاب، پارامترها، مدل هیدرولوژیک، بهینه‌سازی، الگوریتم چرخه آب**

## مقدمه

سیل و به عبارت دیگر حرکت موج نظیر آن نمونه‌ای از جریان متغیر تدریجی ناپایدار است که با تغییر مکان خود در یک آبراهه بر حسب شرایط، دبی و عمق جریان را از مقطعی به مقطع دیگر و از زمانی به زمان دیگر تغییر می‌دهد. روندیابی سیلاب، مجموع عملیاتی است که به وسیله آن‌ها هیدروگراف جریان پایین دست توسط هیدروگراف جریان معلوم بالادست تعیین می‌گردد. روندیابی سیلِ صورت گرفته توسط روش‌های ریاضی به مهندسین طراح در شناخت تأثیرات جریان در مسیر رودخانه و اطراف آن کمک می‌کند. روندیابی سیلاب در آبراهه‌ها (کانال و رودخانه) عبارت است از عملیات محاسباتی که تغییرات مقادیر متغیرهای هیدرولیکی، هندسه جریان و شکل موج سیل را به‌عنوان تابعی از زمان در یک یا چند نقطه در طول آبراهه‌ها پیش‌بینی می‌کند (۱۵).

روندیابی سیلاب برای مدیریت صحیح و طراحی بسیاری از پروژه‌های زیست محیطی و منابع آب مورد نیاز است (۲۲). روندیابی جریان یک تجزیه و تحلیل برای ردیابی جریان از طریق یک سیستم هیدرولوژیکی با توجه به ورودی است. روندیابی سیل، کاربرد فراوانی در مسایل مربوط به پیش‌بینی سیل، طراحی مخازن، سامان‌دهی رودخانه، محاسبه ارتفاع سیل‌بندها، دیواره‌های موازی رودخانه و غیره دارد. با وجود تکنیک‌های روندیابی و داشتن هیدروگراف سیل یک نقطه، می‌توان ارتفاع سیل مورد نظر را در هر نقطه از مسیر رودخانه تعیین کرد. روش ماسکینگام اولین بار توسط مهندسین ارتش ایالت متحده برای مطالعات کنترل سیل حوزه رودخانه ماسکینگام در اوهایو توسعه داده شد (۱۴). تونگ (۲۳)، بر اساس پژوهش‌های انجام شده، سه روش رگرسیون خطی (LR)[۱] شیب ترکیبی (CG)[۲] و داویدون- فلمنتچر- پاول (DFP)[۳] را بر پایه تحقیقات الگویی هوک و ژیور (HJ) برای تخمین پارامترهای مدل غیرخطی پیشنهاد کرده است. موهان (۱۷)، مدلی را بر مبنای الگوریتم ژنتیک (GA)[۴] به منظور تخمین پارامترهای ماسکینگام غیرخطی ارائه نمود. نتایج نشان داد هیدروگراف جریان خروجی حاصل از روش GA با هیدروگراف جریان خروجی مشاهداتی نسبت به روش‌های ارائه شده از سوی سایر محققان انطباق بالاتری دارد. پرمال و رانجو (۱۸)، بر اساس معادلات سنت ونانت روشی را برای روندیابی جریان غیرماندگار ارائه نمودند که مشابه فرمول مورد استفاده در روش ماسکینگام با پارامترهای متغیر بوده و برای روندیابی از هیدروگراف اشل استفاده می‌کند. در این روش هیدروگراف دبی نیز به‌طور همزمان با هیدروگراف اشل روندیابی می‌شود. نتایج از کارایی مناسب این روش حکایت داشت. پرمال و همکاران (۱۹)، با فرض ثابت بودن شیب سطح آب در طول یک بازه کوچک از کانال و برقراری جریان ماندگار بین عمق در وسط بازه و دبی در مقطعی در پایین دست آن، روش ماسکینگام با پارامترهای متغیر را برای روندیابی موج سیل در کانال‌های منشوری با مقطع ثابت و جریان‌هایی که معادلات مقاومت بر آن‌ها حاکم است، به‌طور مستقیم از معادلات سنت ونانت بدست آورد. این روش در عمل از کارایی مناسبی

1-Linear Regression 2- Conjugate Gradient 3- Davidoun Felmancher-Paul 4- Genetic Algorithm

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]
[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

برخوردار بوده و با حداقل اطلاعات نقشه‌برداری و بدون نیاز به واسنجی برای محاسبه زبری با تعیین پارامترهای روندیابی، نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد. کیم و همکاران (۱۳)، الگوریتم HS[1] را در بهینه‌سازی پارامترهای ماسکینگام به کار برد. نتایج به دست آمده از HS تخمین بهتری نسبت به الگوریتم GA اشت. روش آن‌ها نه تنها در کمینه کردن مجموع مربعات انحرافات (SSQ)[2] دبی روندیابی شده مشاهداتی و محاسباتی به عنوان تابع هدف موفق بوده، بلکه سایر پارامترهای در نظر گرفته شده مانند مجموع قدر مطلق انحرافات (SAD)[3] دبی روندیابی شده مشاهداتی و محاسباتی و میزان انحراف دبی اوج مشاهداتی و محاسباتی (DPO)[4] نیز مقادیر بهتری نسبت به سایر روش‌های پیشین داشتند. ثمنی و شمسی‌پور (۲۱)، برای روندیابی سیل در رودخانه‌های چند شاخه‌ای با به‌کارگیری روش ماسکینگام خطی مدلی را ارائه کردند که در آن برای تخمین پارامترهای مورد نیاز روندیابی از روش بهینه‌یابی غیرخطی (پاول) استفاده نمودند. نتایج، انتظارات پژوهشگران را برآورده نمود. داس (۶)، به‌منظور تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی از یک الگوریتم تکرار شونده، بر مبنای حداقل کردن خطای هیدروگراف محاسباتی نسبت به هیدروگراف مشاهداتی بهره برد. نتایج نشان داد که به‌کارگیری الگوریتم سرعت محاسبات را به نحو چشم‌گیری افزایش می‌دهد چن و یانگ (۴)، بهینه‌یابی پارامترهای ماسکینگام خطی را با استفاده از الگوریتمی بر مبنای روش Gray Encode Accelerating Genetic Algorithm انجام دادند. کارایی این روش نسبت به روش برنامه‌ریزی غیر خطی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج دقت بالای این روش را نشان داده است. چو و همکاران (۵)، الگوریتم PSO[5] را برای تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام با هدف کمینه کردن SSQ، به کار بردند. نتایج این روش نشان از برتری PSO نسبت به GA و اختلاف اندک نسبت به HS داشته است. براتی و همکاران (۲) به ارزیابی عملکرد الگوریتم NM به‌منظور برآورد پارامترهای دو مدل روندیابی غیرخطی ماسکینگام پرداختند. در این تحقیق پس از مقایسه عملکرد این الگوریتم با دیگر تکنیک‌های برآورد پارامترها مشخص شد که الگوریتم NM در برآورد پارامترهای مدل‌های روندیابی غیرخطی کارامد می‌باشد. محمدی قلعه‌نی و همکاران (۱۶)، از الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده (SA) برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام در رودخانه کارون استفاده و دقت محاسبه تابع هدف SSQ را با الگوریتم ژنتیک مقایسه نمودند. نتایج حاکی از بالاتر بودن دقت تخمین الگوریتم SA نسبت به GA بود. حامدی و همکاران (۱۱)، در پژوهش خود با بهبود مدل ماسکینگام غیرخطی از ترکیب دو رابطه ذخیره رایج استفاده کرده است. وی برای تخمین پارامترهای موجود در مدل ماسکینگام غیرخطی پیشنهادی از روش تعمیم یافته گرادیان مختصر شده (GRG)[6] موجود در سلول اکسل و تابع مجموع مربعات انحرافات (SSQ) دبی روندیابی مشاهداتی و محاسباتی استفاده کرده است. بر این اساس استفاده از مدل ماسکینگام غیرخطی پیشنهادی سبب بهبود ۸۵ درصدی SSQ نسبت به سایر مدل‌های ماسکینگام غیرخطی در این مورد مطالعاتی شده است. کاراهان و همکاران (۱۲) با استفاده از ترکیب دو الگوریتم HS و BFGS[7] به برآورد پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلاب رودخانه ویلسون و وای پرداختند. روش ترکیبی پیشنهادی در بین ۱۲ روش مختلف عملکرد بهتری داشته است. ساقی و دلبری (۲۰)، پژوهشی بر روی عملکرد مدل‌های خطی و غیرخطی ماسکینگام جهت روندیابی متمرکز سیلاب که با استفاده از داده‌های هیدروگراف ویلسون انجام دادند. در این پژوهش با استفاده از مدل SYSTAT و با به‌کارگیری اطلاعات مربوط به هیدروگراف‌هایی که با استفاده از نرم‌افزار DAMBRK تولید شده بود، پارامترهای مجهول مدل‌های خطی و غیرخطی بدست آمد. در نهایت معیارهای مختلف خطا برای مدل‌های مختلف محاسبه و نشان داد مدل غیرخطی نتایج بهتری به نسبت مدل خطی ارایه داده است.

الگوریتم چرخه آب (WCA)[8] یکی از جدیدترین الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که توسط اسکندر و همکاران (۷)، بر پایه چرخه آب یا چرخه هیدرولوژیکی در طبیعت ارائه شد. مفاهیم بنیادی و ایده‌هایی که زیربنای روش پیشنهادی است از طبیعت و بر اساس مشاهدات از فرآیند چرخه آب و جریان رودخانه‌ها و نهرها به دریا در جهان واقعی الهام گرفته شده است. کاربردهای بسیار کمی از این الگوریتم و به ویژه در زمینه مهندسی منابع آب گزارش شده است. اسکندر و همکاران (۷) الگوریتم چرخه آب را برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید مهندسی پیشنهاد دادند و اثر بخشی WCA را بیشتر از دیگر الگوریتم‌های بهینه‌سازی از لحاظ تلاش‌های محاسباتی و دقت در مقدار تابع هدف در مطالعه تطبیقی نشان دادند. اسکندر و همکاران (۸) از الگوریتم چرخه آب در بهینه‌سازی وزن سازه خرپا استفاده کردند و نشان دادند که الگوریتم ارائه شده قادر به دستیابی به راه‌حل‌های بهینه بهتر و سرعت همگرایی بیشتری نسبت به سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی دیگر می‌باشد. باقی‌پور و همکاران (۱) برای تخصیص بهینه در مسائل زیست محیطی از الگوریتم چرخه آب استفاده کردند. بزرگ حداد و همکاران (۳) با استفاده از الگوریتم چرخه آب به بهره‌برداری بهینه از سیستم مخازن کارون ۴ و یک سیستم چهار مخزنه در ایران پرداختند. نتایج نشان دهنده همگرایی و قابلیت بالای این الگوریتم می‌باشد. در جدول (۱) نتایج و دستاوردهای محققان به صورت خلاصه آورده شده است.

1- Harmony Search 2- Sum of Square 3- Sum of Absolute Deviation 4- Discharge Peak Observation
5- Particle Swarm Optimization 6- Generalized Reduced Gradient Algorithm 7- Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno
8- Water Cycle Algorithm

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

جدول ۱- خلاصه نتایج و دستاوردهای پژوهش‌های پیشین

Table 1. Summary of the results and achievements of previous research

| پژوهشگران | سال | روش‌های مورد استفاده | نتیجه پژوهش |
|---|---|---|---|
| مهندسین ارتش ایالت متحده | ۱۹۳۸ | روش ماسکینگام برای کنترل سیل حوزه رودخانه ماسکینگام در اوهایو | کارایی روش ماسکینگام |
| تونک | ۱۹۸۵ | رگرسیون خطی و CG و DFP برای تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام | کارایی رگرسیون خطی برای روندیابی |
| موهان | ۱۹۷۷ | الگوریتم GA برای تخمین پارامترهای ماسکینگام غیرخطی | عملکرد مناسب الگوریتم GA |
| پرمال و رانجو | ۱۹۹۸ | مدل سنت‌ونانت روشی برای روندیابی جریان غیرماندگار | کاربردی بودن مدل سنت‌ونانت |
| پرمال و رانجو | ۲۰۰۱ | روش ماسکینگام بر پایه مدل سنت‌ونانت با فرض ثابت بودن شیب سطح آب در کانال‌های منشوری با مقطع ثابت | کارا بودن در عمل و نیاز به حداقل اطلاعات نقشه‌برداری و واسنجی |
| کیم و همکاران | ۲۰۰۱ | استفاده از HS و GA در بهینه‌سازی پارامترهای ماسکینگام | کاربرد بهتر روش HS |
| ثمنی و شمسی‌پور | ۲۰۰۳ | روش ماسکینگام خطی به وسیله روش بهینه‌سازی غیر خطی (پاول) برای رودخانه‌های چند شاخه‌ای | کاربرد روش ماسکینگام خطی |
| داس | ۲۰۰۴ | استفاده از یک الگوریتم تکرار شونده برای تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی | صرفه‌جویی در زمان با استفاده از الگوریتم |
| چن و یانگ | ۲۰۰۷ | بهینه‌یابی پارامترهای ماسکینگام خطی با روش Gray Encode و برنامه‌ریزی غیر خطی | کارا بودن روشGray Encode نسبت به روش غیر خطی |
| چو و چنگ | ۲۰۰۵ | استفاده از PSO با هدف کمینه کردن SSQ در کنار HS و GA | برتری PSO نسبت به GA و اختلاف اندک نسبت به HS |
| براتی و همکاران | ۲۰۱۰ | الگوریتم NM در برآورد پارامترهای دو مدل روندیابی غیرخطی ماسکینگام | کاربرد روش NM |
| قلعه‌نی و همکاران | ۲۰۱۰ | الگوریتم نورد (SA) برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام و GA در رودخانه کارون | برتری روش SA نسبت به الگوریتم GA |
| حامدی و همکاران | ۲۰۱۲ | بهبود مدل ماسکینگام غیرخطی از ترکیب دو رابطه ذخیره رایج | بهبود ۸۵ درصدی SSQ |
| کاراهان و همکاران | ۲۰۱۳ | ترکیب دو الگوریتم HS و BFGS در برآورد پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلاب | کاربردی بودن روش ترکیبی |
| ساقی و دلبری | ۲۰۱۳ | استفاده از مدل SYSTAT با به‌کارگیری اطلاعات هیدروگراف‌های نرم‌افزار DAMBRK | بدست آمدن پارامترهای مجهول مدل‌های خطی و غیرخطی |
| اسکندر و همکاران | ۲۰۱۲ | الگوریتم چرخه آب برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید مهندسی | جوابگو بودن الگوریتم چرخه آب |
| اسکندر و همکاران | ۲۰۱۳ | الگوریتم چرخه آب در بهینه‌سازی وزن سازه خرپا | سرعت همگرایی بالا و رسیدن به پاسخ‌های بهتر |
| باقی‌پور و همکاران | ۲۰۱۴ | الگوریتم چرخه آب در تخصیص بهینه در مسائل زیست محیطی | کاربرد الگوریتم چرخه آب |
| بزرگ حداد و همکاران | ۲۰۱۴ | الگوریتم چرخه آب در بهره‌برداری بهینه از سیستم مخازن کارون ۴ و یک سیستم چهار مخزنه در ایران | همگرایی و قابلیت بالای الگوریتم چرخه آب |
| شعبانی بازنشین | ۲۰۱۶ | تلفیق GIS و HEC-HMS بر اساس روش SCS در حوزه آبخیز نکا | شبیه‌سازی موفقیت‌امیز هیدروگراف سیل خروجی منطقه |
| شیخ و همکاران | ۲۰۱۶ | طراحی فضای فیزیوگرافی با استفاده از متغیرهای ژئومورفوکلیماتیک موثر بر سیلاب و استفاده از روش کریجینگ متعارف | پیش‌بینی دقیق و قابل قبول سیلاب در حوزه‌های بدون آمار |
| نورعلی و همکاران | ۲۰۱۷ | الگوریتم DREAM-ZS (از الگوریتم‌های مبتنی بر مونت‌کارلو زنجیره مارکوف) به منظور بررسی عدم قطعیت پارامترهای مدل هیدرولوژیکی HEC-HMS | برتری شبیه‌سازی با لگوریتم DREAM-ZS نسبت به الگوریتم جستجوی خودکار نلدر و مید |

در پژوهش حاضر کاربرد الگـوریتم چرخه آب (WCA)، به عنوان یکی از روش‌های فراابتکاری جدید، در تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی، مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی عملکرد الگوریتم توسعه داده شده نتایج حاصل از اجرای آن با روش‌های فرا ابتکاری دیگر مانند الگوریتم ژنتیک (GA)، الگوریتم گروه ذرات (PSO)، الگوریتم جستجوی هارمونی (HS) و الگوریتم رقـابت اسـتعـماری (ICA)[1] مـورد مقـایـسه قـرار گـرفته اسـت.

کد نویسی الگوریتم‌های WCA، GA، PSO، HS و ICA در قسمت برنامه‌نویسی نرم‌افزار MATLAB (R2014a) انجام شد.

## مواد و روش‌ها

مدل ماسکینگام از جمله روش‌های روندیابی هیدرولوژیکی است که اصول آن بر اصل پیوستگی جریان و معادله بین دبی و ذخیره موقت آب در طول مسیر استوار است. این مدل، روش به نسبت ساده‌ای بوده و دقت کافی در مسایل آبی دارد. این مدل به دلیل سادگی از بین انواع روش‌های هیدرولوژیک برای روندیابی سیل کاربرد وسیعی دارد. دو معادله پیوستگی و ذخیره غیرخطی به‌عنوان معادلات پایه‌ای به صورت معادلات (۱) و (۲) در مدل ماسکینگام به کار رفته‌اند:

$$\frac{ds}{dt} = I_t - O_t \quad (۱)$$

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t] \quad (۲)$$

در این معادلات $S_t$، $I_t$ و $O_t$ به ترتیب ذخیره، ورودی و خروجی در زمان t،K ضریب بدون بعد ذخیره برای رودخانه است که یک مقدار منطقی نزدیک به زمان گذر جریان از کل مسیر رودخانه می‌باشد (ثابت و بزرگ‌تر از صفر)، X یک فاکتور وزنی که معمولاً بین صفر و ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. معمولاً چنانچه معادله ماسکینگام به‌صورت خطی در نظر گرفته شود، پارامترهای K و X در مدل با روش ترسیمی به کمک سعی و خطا محاسبه می‌شود. در حالی که این روش مشکل و تقریبی است، همچنین معادله بین $S_t$ و-1)+ $XI_t$ $O_t$]X(همیشه خطی نیست. ویلسون (۲۴) و گیل (۱۰) در روندیابی سیلاب با استفاده از مدل غیرخطی ماسکینگام، معادلات را به ترتیب مطابق معادله (۳) و (۴) به کار بردند:

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t]^m \quad (۳)$$

$$S_t = K[XI_t^m + (1-X)O_t^m] \quad (۴)$$

1- Imperialist Competitive Algorithm

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

در مدل ماسکینگام پارامتر m به‌عنوان توان برای در نظر گرفتن اثرات غیرخطی (بزرگ‌تر از یک) به معادله اضافه شده است، که مدل را قادر می‌سازد تا معادله غیرخطی بین ذخیره تجمعی و جریان را بهتر مدل‌سازی کند. معادله (۳) نسبت به معادله (۴)، به دلیل دقت بالاتر، بیشتر رایج است و توسط موهان (۱۷)، کیم و همکاران (۱۳) و چو و همکاران (۵) استفاده شده است. لذا با در نظر گرفتن معادله (۳) می‌توان معادله زیر را استخراج کرد:

$$O_t = \left(\frac{1}{1-X}\right)\left(\frac{S_t}{K}\right)^{\frac{1}{m}} - \left(\frac{X}{1-X}\right) I_t \qquad (۵)$$

با ترکیب معادلات (۱) و (۵) معادله زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\Delta S_t}{\Delta t} = -\left(\frac{1}{1-X}\right)\left(\frac{S_t}{K}\right)^{1/m} + \left(\frac{1}{1-X}\right) I_t \qquad (۶)$$

که در آن $(\Delta S_t)/\Delta t$ تغییرات ذخیره نسبت به زمان می‌باشد.

$$S_{t+1} = S_t + \Delta S_t \qquad (۷)$$

که $S_{t+1}$ برابر ذخیره در زمان t+1 است. جم (۹) برای محاسبه هیدروگراف سیل با استفاده از معادلات فوق، الگوریتم زیر را به کار برد:

مرحله ۱: در نظر گرفتن مقدار اولیه‌ای برای سه پارامتر k، x و m.

مرحله ۲: محاسبه ذخیره ($S_t$) با استفاده از معادله (۳) با فرض مقدار جریان خروجی اولیه برابر با جریان ورودی ($O_1=I_1$).

مرحله ۳: محاسبه نسبت تغییرات ذخیره نسبت به زمان با استفاده از معادله (۶).

مرحله ۴: محاسبه مقدار ذخیره در مرحله زمانی بعدی با استفاده از معادله (۷).

مرحله ۵: محاسبه حجم جریان خروجی در مرحله زمانی بعدی با استفاده از معادله (۵).

مرحله ۶: تکرار مراحل ۱ تا ۵.

**الگوریتم چرخه آب (WCA)**

مشابه دیگر الگوریتم‌های فرا ابتکاری، روش WCA نیز با جمعیت اولیه به اصطلاح قطرات باران شروع می‌شود. در ابتدا، فرض می‌شود که باران یا بارش وجود دارد. بهترین فرد (بهترین قطره آب) به عنوان دریا انتخاب می‌شود. پس از آن، تعدادی از قطرات باران خوب به عنوان رودخانه و بقیه قطرات باران به‌عنوان نهرها در نظر گرفته می‌شوند که به سمت رودخانه‌ها و دریا جریان پیدا می‌کنند. در روش WCA به یک راه‌حل واحد «قطره باران» اطلاق می‌شود. در روش‌های GA، PSO، HS و ICA اصطلاحاً چنین آرایه‌ای به ترتیب «کروموزوم»، «موقعیت ذرات»، «هارمونی» و «کشور» نامیده می‌شوند. در یک مسئله بهینه‌سازی چند بعدی، یک قطره باران، آرایه‌ای به شکل $1\times N_{var}$ است. این آرایه به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود.

$$\text{Raindrop} = [X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{Nvar}] \qquad (۸)$$

که، $X_1$ تا $X_{Nvar}$ بیانگر متغیرهای تصمیم می‌باشند.

برای شروع، یک نمونه از ماتریس قطرات باران به اندازه $N_{pop}\times N_{var}$ به طور تصادفی ایجاد می‌گردد.

$$Population\ of\ raindrops = \begin{bmatrix} Raindrop_1 \\ Raindrop_2 \\ \vdots \\ Raindrop_{N_{pop}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^1 X_2^1 X_3^1 & \cdots & X_{N_{var}}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{N_{pop}} X_2^{N_{pop}} X_3^{N_{pop}} & \cdots & X_{N_{var}}^{N_{pop}} \end{bmatrix} \qquad (۹)$$

که، $N_{pop}$ و $N_{var}$ به ترتیب تعداد قطرات باران (جمعیت اولیه) و تعداد متغیرهای طراحی می‌باشند. مقادیر تابع هزینه (C) داده شده از رابطه (۱۰) به دست می‌آید.

$$C_i = Cost_i = f\left(X_1^i, X_2^i, X_3^i, \ldots, X_{N_{var}}^i\right), i = 1, 2, 3, \ldots, N_{pop} \qquad (۱۰)$$

که، $C_i$ مقدار هدف هر قطره می‌باشد. در گام اول، به تعداد $N_{pop}$ قطره باران ایجاد و سپس به تعداد $N_{SR}$ از بهترین قطرات (حداقل ارزش) به‌عنوان دریا و رودخانه انتخاب می‌شوند. قطره باران با کمترین مقدار به‌عنوان دریا در نظر گرفته می‌شود. $N_{SR}$، مجموع تعداد رودخانه‌ها (که یک پارامتر کاربردی است) و یک دریا (رابطه ۱۱) می‌باشد. بقیه جمعیت (نهرهایی که ممکن است به رودخانه‌ها و یا به طور مستقیم به دریا جریان پیدا کنند) با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$N_{SR} = \text{Number of Rivers} + \overset{\text{sea}}{\overbrace{1}} \qquad (۱۱)$$

$$N_{Raindrops} = N_{pop} - N_{SR} \qquad (۱۲)$$

به‌منظور تعیین یا اختصاص قطرات باران به رودخانه‌ها و دریا، بسته به شدت جریان از رابطه (۱۳) استفاده می‌شود.

$$NS_n = \text{round}\left\{\left|\frac{\text{Cost}_n}{\sum_{i=1}^{N_{SR}} \text{Cost}_i}\right| \times N_{Raindrops}\right\}, \quad n = 1, 2, \ldots, N_{SR} \qquad (۱۳)$$

که، $N_{Sn}$ تعدادی از نهرها است که به رودخانه‌های خاص و یا دریا جریان می‌یابد. یک نهر جریان تا رسیدن به رودخانه در امتداد خط اتصال بین آن‌ها با استفاده از یک فاصله که به طور تصادفی انتخاب شده، جریان می‌یابد که این فاصله با توجه به رابطه (۱۴) مشخص می‌شود.

$$X \in (0, C \times d), \qquad C > 1 \qquad (۱۴)$$

که، C مقداری بین یک و دو (نزدیک به دو) دارد و بهترین مقدار برای C برابر با دو در نظر گرفته می‌شود (۷). d فاصله فعلی بین نهر و رودخانه می‌باشد. مقدار X در رابطه (۷) یک عدد تصادفی توزیع شده (یکنواخت و یا هر توزیع مناسب دیگر) بین صفر و $(C \times d)$ می‌باشد. موقعیت جدید نهرها و رودخانه‌ها را می‌توان با روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه نمود.

$$X_{Stream}^{i+1} = X_{Stream}^{i} + rand \times C \times (X_{River}^{i} - X_{Stream}^{i}) \qquad (۱۵)$$

$$X_{River}^{i+1} = X_{River}^{i} + rand \times C \times (X_{Sea}^{i} - X_{River}^{i}) \qquad (۱۶)$$

که، rand یک عدد تصادفی یکنواخت توزیع شده بین صفر و یک است. اگر راه حل ارائه شده توسط یک نهر، بهتر از رودخانه متصل به آن باشد، موقعیت رودخانه و نهر عوض می‌شود. این تبادل نیز می‌توانند به همین شکل برای رودخانه‌ها و دریا اتفاق افتد. یکی از مهم‌ترین عواملی که از

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

همگرایی سریع الگوریتم و به دام افتادن در بهینه‌های محلی جلوگیری می‌کند تبخیر است. فرآیند تبخیر باعث می‌شود که آب دریا با تبخیر به صورت جریان رودخانه‌ها و یا نهرها دوباره به دریا بریزد. شبه کد (۱۷) چگونگی تعیین اینکه آیا رودخانه به دریا می‌ریزد یا نه را نشان می‌دهد.

$$\text{if } |X^{i}_{Sea} - X^{i}_{River}| < d_{max} \text{ ,} \quad (۱۷)$$
$$i = 1,2,3 \dots, N_{SR} - 1 \rightarrow \text{فرآیند بارش و تبخیر} \rightarrow \text{پایان}$$

که، $d_{max}$ عدد کوچکی (نزدیک به صفر) است. بنابراین، اگر فاصله بین رودخانه و دریا کمتر از $d_{max}$ باشد، یعنی رودخانه به دریا رسیده است. در این وضعیت، فرآیند تبخیر اثر می‌کند و پس از تبخیر کافی، بارش شروع خواهد شد. $d_{max}$ شدت جستجو در نزدیکی دریا (راه حل بهینه) را کنترل می‌کند. مقدار $d_{max}$ به صورت رابطه (۱۸) در هر مرحله کاهش می‌یابد.

$$d^{i+1}_{max} = d^{i}_{max} - \frac{d^{i}_{max}}{max\ iteration} \quad (۱۸)$$

پس از برآورده شدن تبخیر، بارندگی اعمال می‌شود. در فرایند بارندگی، قطرات باران جدید نهرها را در مکان‌های مختلف تشکیل می‌دهند (شبیه به عملگر جهش در GA). رابطه (۱۹) مکان جدید نهرهای تازه شکل گرفته را نشان می‌دهد.

$$X^{new}_{Stream} = LB + rand \times (UB - LB) \quad (۱۹)$$

که، LB و UB به ترتیب، کران پایین و بالای تعریف شده توسط مسئله است. بهترین قطرات باران جدید تشکیل شده به عنوان رودخانه و بقیه قطرات باران به‌عنوان نهرهای جدید که به سمت رودخانه‌ها در جریانند در نظر گرفته می‌شوند. به منظور افزایش سرعت همگرایی و عملکرد محاسباتی الگوریتم برای مسائل مقید از رابطه (۲۰) استفاده می‌شود.

$$X^{new}_{Stream} = X_{Sea} + \sqrt{\mu} \times randn(1, N_{var}) \quad (۲۰)$$

که، $\mu$ ضریبی است که محدوده جستجوی در نزدیکی دریا را نشان می‌دهد. randn عدد تصادفی توزیع نرمال است. مقادیر بزرگ $\mu$ امکان خروج از منطقه امکان‌پذیر را افزایش می‌دهد و مقادیر کوچک $\mu$ منجر به جستجوی الگوریتم در منطقه کوچک‌تر در نزدیکی دریا می‌شود. مقدار مناسب $\mu$، ۰/۱ تعیین شده است (۷). معیار همگرایی در این پژوهش رسیدن به حداکثر تعداد تکرار برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

**مدل ریاضی**

در این پژوهش برای ارزیابی مقادیر بهینه پارامترهای K، X و m در مدل ماسکینگام تابع هدف به صورت کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) بین حجم خروجی‌های واقعی و روندیابی شده مطابق معادله (۲۱) استفاده شده است:

$$Min\ SSQ = \sum_{t=1}^{N} (O_t - Oc_t)^2 \quad (۲۱)$$

که در آن $Oc_t$ حجم سیلاب خروجی روندیابی شده (محاسباتی) در زمان t و N تعداد گام‌های زمانی روندیابی سیل است.

اگر مقادیر غیر ممکن K، X و m انتخاب شوند، مقادیر $O_t$ و $S_t$در مدل ماسکینگام منفی بدست می‌آیند و از این رو از روش تابع غیر مستقیم جریمه به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$S^{*}_{t+1} = \alpha_1 |S_{t+1}|, \quad if \quad S_{t+1} < 0 \quad (۲۲)$$
$$O^{*}_{t+1} = \alpha_2 |O_{t+1}|, \quad if \quad O_{t+1} < 0 \quad (۲۳)$$

که در آن $\alpha_1$ و $\alpha_2$ ثابت‌های جریمه، $S^{*}_{t+1}$ و $O^{*}_{t+1}$ مقدار ذخیره و سیلاب خروجی در بازه زمانی t+1 بعد از اعمال جریمه می‌باشند. $S^{*}_{t+1}$و $O^{*}_{t+1}$ مقادیر مثبت اما غیر واقعی هستند.

**معیارهای ارزیابی**

برای ارزیابی مدل‌های مورد نظر از شاخص‌های ضریب تبیین ($R^2$)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)[1] میانگین قدر مطلق خطا (MAE)[2]، مربع میانگین خطای استاندارد (MSE)[3]، مربع میانگین خطای استاندارد نرمال شده (NMSE)[4] و شاخص توافق ویلموت[5] (d) بهره برده شده است که در روابط (۲۴) تا (۲۹) آورده شده‌اند.

$$R^2 = \left(\frac{\sum(O_i - \bar{O})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum(O_i - \bar{O})^2 \times \sum(S_i - \bar{S})^2}}\right)^2 \quad (۲۴)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(S_i - O_i)^2} \quad (۲۵)$$

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|S_i - O_i| \quad (۲۶)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(|S_i - \bar{S}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \quad (۲۷)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - S_i)^2}{n} \quad (۲۸)$$

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(O_i - \bar{O})^2} \quad (۲۹)$$

در روابط فوق $S_i$ سیلاب خروجی روندیابی شده، $\bar{S}$ میانگین داده‌های محاسباتی، $O_i$ سیلاب خروجی مشاهداتی، $\bar{O}$ میانگین داده‌های مشاهداتی و n تعداد مشاهدات می‌باشد. دامنه تغییرات شاخص توافق ویلموت از $-\infty$ تا ۱ است که مقدار ۱، توافق کامل بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی را نشان می‌دهد. کم بودن مقدار RMSE و بالا بودن ضریب $R^2$ بیانگر دقت قابل قبول مدل و برتری آن نسبت به مدل دیگر است.

MAE، MSE و NMSE هر کدام به شیوه‌ای اختلاف بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی را نشان می‌دهند، که هرچه این مقادیر کمتر باشند یعنی کار نتیجه‌بخش‌تر بوده است.

**رودخانه ویلسون**

مثال مورد مطالعه در این پژوهش برای اولین بار توسط ویلسون (۱۹۷۴) ارائه شده است. در این مثال رابطه غیرخطی بین مقادیر $S_t$ و $[XI_t+(1-X)O_t]$ برقرار می‌باشد و می‌توان عملکرد الگوریتم‌های مختلف را در بدست آوردن مقادیر بهینه پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی مورد بررسی قرار داد. همچنین انواع روش‌های فرا ابتکاری در این مثال، مورد آزمون قرار گرفته است. بیشترین جریان ورودی و خروجی از این رودخانه به ترتیب ۱۱۱ و ۸۵ متر مکعب بر ثانیه بوده است.

**رودخانه کارده**

در این پژوهش برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های مورد مطالعه در برآورد پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی در

1- Root Mean Squared Error
2- Mean Absolute Error
3- Mean Square Error
4- Normalized Mean Square Error
5- Willmott's index of agreement

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]
[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

مدل روندیابی سیلاب، رودخانه کارده به عنوان یک مثال واقعی مورد استفاده قرار گرفته است. حوزه آبریز کارده در شرق زون هزار مسجد–کپه‌داغ واقع بوده و یکی از زیر حوزه‌های حوزه آبریز اصلی کشف رود می‌باشد. بالاترین نقطه ارتفاعی در شمال غرب حوزه ۲۹۷۷ متر از سطح دریا و پایین‌ترین نقطهٔ ارتفاعی در خروجی حوزه و در پایین دست آبادی کارده ۱۲۰۰ متر می‌باشد. فاصلهٔ مشهد تا آبادی کارده در جنوب حوزه ۴۷ کیلومتر است. متوسّط بارندگی در بخش جنوبی حوزه ۳۷۴/۲ میلی‌متر و در ارتفاعات بخش شمالی به ۴۵۰ میلی‌متر می‌رسد. داده‌های مورد بررسی در این پژوهش سیلاب دو روزه مشاهداتی در تاریخ ۱۳۷۱/۰۲/۰۷ تا ۱۳۷۱/۰۲/۰۸ به صورت ۶ ساعته می‌باشد که در دو ایستگاه کوشک آباد و کارده برداشت شده است.

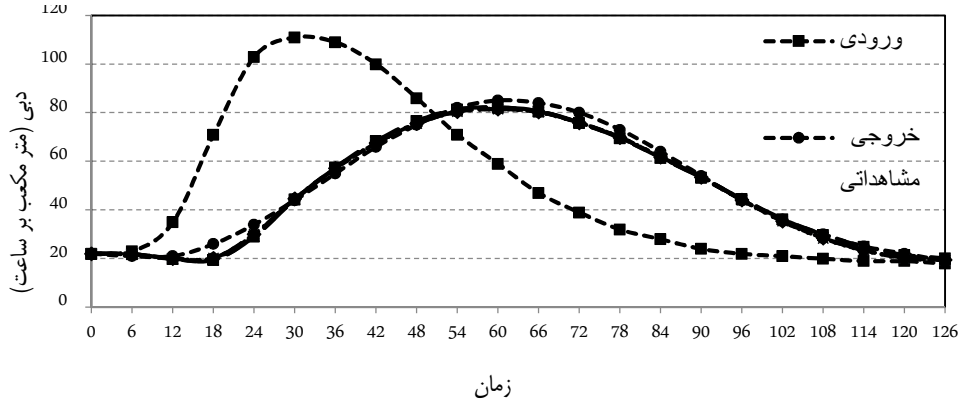
## بحث و نتایج

در مطالعه حاضر برای ارزیابی مقادیر بهینه پارامترهای K، X و m در مدل ماسکینگام غیرخطی، کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) بین حجم خروجی‌های واقعی و روندیابی شده به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شد.برای بررسی عملکرد الگوریتم توسعه داده شده نتایج حاصل از اجرای آن با روش‌های فراابتکاری دیگر مانند GA، PSO، HS و ICA مورد مقایسه قرار گرفته است. کد نویسی الگوریتم‌های مورد بررسی در قسمت برنامه‌نویسی نرم‌افزار MATLAB (R2014a) انجام شد. نتایج پارامترهای بهینه بدست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون در جدول (۲) آورده شده است. همان طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود الگوریتم‌های WCA، PSOو ICA توانسته‌اند SSQ را به مقدار بهینه نزدیک‌تر کنند.

جدول ۲– مقادیر پارامترهای بدست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون
table 2-The value of the parameters obtained from the algorithms for the Wilson River

| الگوریتم | X | K | m | SSQ |
|---|---|---|---|---|
| WCA | ۰/۳۰۱۳۱ | ۰/۱۶۶۹۱ | ۲/۱۵۲۲۱۵ | ۱۲۸/۷۸۶۴۳۸ |
| GA | ۰/۳۰۰۷۶ | ۰/۳۲۸۲۱ | ۱/۹۹۹۵ | ۱۳۸/۸۰۵ |
| PSO | ۰/۳۰۱۳۳ | ۰/۱۶۷۰۵ | ۲/۱۵۲۰۲۴ | ۱۲۸/۷۸۶۴۰۸ |
| HS | ۰/۳۰۰۳۶ | ۰/۳۵۰۴۵ | ۱/۹۸۴۶۹ | ۱۴۰/۸۵۱۱۴ |
| ICA | ۰/۳۰۱۳۲ | ۰/۱۶۴۲۵ | ۲/۱۵۵۸۵ | ۱۲۸/۷۹۲۶ |

شکل (۱) هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مختلف و هیدروگراف خروجی مشاهداتی برای رودخانه ویلسون را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود تمامی الگوریتم‌های فرا ابتکاری توانسته‌اند به خوبی سیلاب خروجی را روندیابی کنند.




شکل ۱– هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون
Figure 1. Output routed hydrograph by the algorithms for the Wilson River

جدول ۳– پارامترهای آماری مورد بررسی برای رودخانه ویلسون
Table 3. The statistical parameters for the Wilson River

| الگوریتم | $R^2$ | RMSE | MAE | d | MSE | NMSE | SSQ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| WCA | ۰/۹۹۲۶۹۶ | ۲/۴۱۹۴۸۹ | ۱/۸۸۶۶۶۹ | ۰/۹۹۷۳۲۷ | ۵/۸۵۳۹۲۹ | ۰/۰۱۰۵۳۷ | ۱۲۸/۷۸۶۴۳۸ |
| GA | ۰/۹۹۰۵۸۳ | ۲/۵۱۱۸۳۶ | ۱/۸۳۷۵۵۴ | ۰/۹۹۷۱۲۳ | ۶/۳۰۹۳۲۱ | ۰/۰۱۱۳۵۷ | ۱۳۸/۸۰۵۰۵۶ |
| PSO | ۰/۹۹۲۶۹۴ | ۲/۴۱۹۴۸۹ | ۱/۸۸۶۶۹۷ | ۰/۹۹۷۳۲۷ | ۵/۸۵۳۹۲۸ | ۰/۰۱۰۵۳۷ | ۱۲۸/۷۸۶۴۰۸ |
| HS | ۰/۹۹۰۳ | ۲/۵۳۰۲۸۲ | ۱/۸۴۱۵۰۷ | ۰/۹۹۷۰۸۱ | ۶/۴۰۲۳۲۵ | ۰/۰۱۱۵۲۴ | ۱۴۰/۸۵۱۱۴۳ |
| ICA | ۰/۹۹۲۷۳ | ۲/۴۱۹۵۴۷ | ۱/۸۸۸۶۲۸ | ۰/۹۹۷۳۲۷ | ۵/۸۵۴۲۰۹ | ۰/۰۱۰۵۳۷ | ۱۲۸/۷۹۲۶ |

جدول (۳) عملکرد الگوریتم‌های مورد بررسی در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) را توسط پارامترهای آماری برای رودخانه ویلسون نشان می‌دهد.

همان‌طور که در جدول (۳) مشاهده می‌شود الگوریتم WCA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) با RMSE (۲/۴۱۹۴۸۹)، MAE (۱/۸۸۶۶۶۹)، d (۰/۹۹۷۳۲۷)،

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]
[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

MSE (۵/۸۵۳۹۲۹)، NMSE (۰/۰۱۰۵۳۷)، SSQ (۱۲۸/۷۸۶۴۳۸) و $R^2$ (۰/۹۹۲۶۹۶) همانند الگوریتم‌های PSO و ICA عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های GA و HS داشته‌اند. جدول (۴) مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده با استفاده از الگوریتم‌های مختلف برای رودخانه ویلسون را نشان می‌دهد.

جدول ۴- مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون
Table 4. The output routed hydrograph values by the algorithms for the Wilson River

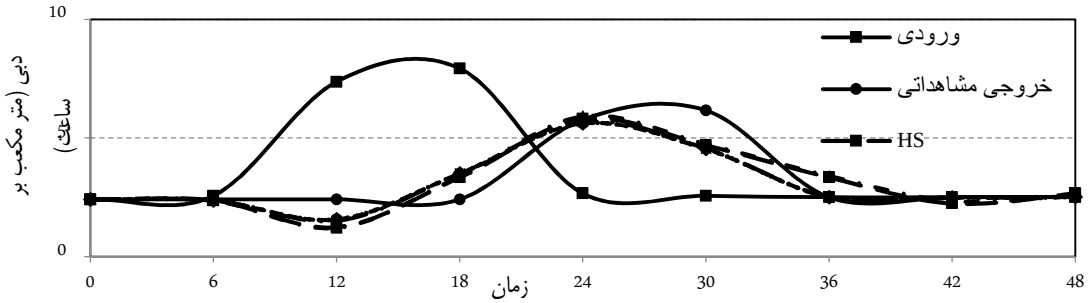
| زمان (ساعت) | دبی ورودی($m^3/s$) | دبی خروجی مشاهداتی ($m^3/s$) | دبی خروجی روندیابی شده ($m^3/s$) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | WCA | GA | PSO | HS | ICA |
| ۰ | ۲۲ | ۲۲ | ۲۲ | ۲۲ | ۲۲ | ۲۲ | ۲۲ |
| ۶ | ۲۳ | ۲۱ | ۲۱/۷۸۴۴ | ۲۱/۷۸۴۹ | ۲۱/۷۸۴۳ | ۲۱/۷۸۵۳ | ۲۱/۷۸۴۳ |
| ۱۲ | ۳۵ | ۲۱ | ۲۰/۰۰۳۷ | ۱۹/۹۱۴۵ | ۲۰/۰۰۳۴ | ۱۹/۹۱۰۸ | ۲۰/۰۰۶ |
| ۱۸ | ۷۱ | ۲۶ | ۲۰/۱۷۸۵ | ۱۹/۴۸۶۴ | ۲۰/۱۷۷۱ | ۱۹/۴۳۵۶ | ۲۰/۱۹۵۵ |
| ۲۴ | ۱۰۳ | ۳۴ | ۲۹/۹۵۶۹ | ۲۹/۱۵۵۲ | ۲۹/۹۵۵۳ | ۲۹/۰۹۷۴ | ۲۹/۹۷۵۸ |
| ۳۰ | ۱۱۱ | ۴۴ | ۴۴/۵۶۰۹ | ۴۴/۳۲۵۸ | ۴۴/۵۶۰۵ | ۴۴/۳۲۱۹ | ۴۴/۵۶۶۶ |
| ۳۶ | ۱۰۹ | ۵۵ | ۵۷/۱۱۱۵ | ۵۷/۴۴۹۰ | ۵۷/۱۱۲۲ | ۵۷/۴۹۸۵ | ۵۷/۱۰۴۲ |
| ۴۲ | ۱۰۰ | ۶۶ | ۶۷/۵۳۱۷ | ۶۸/۲۶۴۷ | ۶۷/۵۳۳۲ | ۶۸/۳۴۸ | ۶۷/۵۱۵۳ |
| ۴۸ | ۸۶ | ۷۵ | ۷۵/۵۹۶۹ | ۷۶/۴۹۶۸ | ۷۵/۵۹۹۰ | ۷۶/۵۸۹۹ | ۷۵/۵۷۶۶ |
| ۵۴ | ۷۱ | ۸۲ | ۸۰/۴۴۳۱ | ۸۱/۲۸۱۱ | ۸۰/۴۴۵۴ | ۸۱/۳۶۱۴ | ۸۰/۴۲۴۲ |
| ۶۰ | ۵۹ | ۸۵ | ۸۱/۵۱۸۷ | ۸۲/۱۲۵۶ | ۸۱/۵۲۰۷ | ۸۲/۱۷۸۳ | ۸۱/۵۰۴۸ |
| ۶۶ | ۴۷ | ۸۴ | ۸۰/۲۹۲۵ | ۸۰/۵۹۷۳ | ۸۰/۲۹۴۰ | ۸۰/۶۱۶۷ | ۸۰/۲۸۵۴ |
| ۷۲ | ۳۹ | ۸۰ | ۷۵/۸۷۲۲ | ۷۵/۸۶۷۵ | ۷۵/۸۷۲۹ | ۷۵/۸۵۵۸ | ۷۵/۸۷۱۹ |
| ۷۸ | ۳۲ | ۷۳ | ۶۹/۸۱۳۲ | ۶۹/۵۹۰۲ | ۶۹/۸۱۳۳ | ۶۹/۵۵۸۲ | ۶۹/۸۱۷۹ |
| ۸۴ | ۲۸ | ۶۴ | ۶۱/۸۰۵۸ | ۶۱/۵۲۴ | ۶۱/۸۰۵۲ | ۶۱/۴۸۹۳ | ۶۱/۸۱۱۸ |
| ۹۰ | ۲۴ | ۵۴ | ۵۳/۴۱۵۸ | ۵۳/۲۸۵۱ | ۵۳/۴۱۴۹ | ۵۳/۲۶۷۸ | ۵۳/۴۱۸۱ |
| ۹۶ | ۲۲ | ۴۴ | ۴۴/۱۴۸۲ | ۴۴/۴۱۰۷ | ۴۴/۱۴۷۳ | ۴۴/۴۳۳۴ | ۴۴/۱۴۰۷ |
| ۱۰۲ | ۲۱ | ۳۶ | ۳۵/۳۶۲۶ | ۳۶/۱۷۰۸ | ۳۵/۳۶۲۱ | ۳۶/۲۴۵۶ | ۳۵/۳۴۱۲ |
| ۱۰۸ | ۲۰ | ۳۰ | ۲۸/۳۴۷۵ | ۲۹/۵۸۹۴ | ۲۸/۳۴۷۷ | ۲۹/۷۰۵۲ | ۲۸/۳۱۵۴ |
| ۱۱۴ | ۱۹ | ۲۵ | ۲۳/۴۴۹۵ | ۲۴/۷۷۰۶ | ۲۳/۴۵۰۱ | ۲۴/۸۹۸۳ | ۲۳/۴۱۷۱ |
| ۱۲۰ | ۱۹ | ۲۲ | ۲۰/۲۶۲۳ | ۲۱/۳۰۸۴ | ۲۰/۲۶۳۰ | ۲۱/۴۱۸۴ | ۲۰/۲۳۹۲ |
| ۱۲۶ | ۱۸ | ۱۹ | ۱۹/۴۹۵۶ | ۲۰/۰۱۸۹ | ۱۹/۴۹۵۹ | ۲۰/۰۸۳۷ | ۱۹/۴۸۶۴ |

نتایج پارامترهای بهینه بدست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده در جدول (۵) آورده شده است.

جدول ۵- مقادیر پارامترهای بدست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده
Table 5. The values of the parameters obtained from the algorithms for the Kardeh River

| الگوریتم | X | K | m | SSQ |
|---|---|---|---|---|
| WCA | ۰/۳۴۳۹۸ | ۰/۰۲۱۱۸۷ | ۴/۷۸۸۷۷ | ۴/۵۵۲۸۳۹ |
| GA | ۰/۳۷۳۵۷ | ۰/۱۷۷۲۴۷ | ۳/۵۴۲۱۸ | ۵/۲۳۵۳۴ |
| PSO | ۰/۳۴۴۳۱۴ | ۰/۰۲۱۴۱۸ | ۴/۷۸۱۴۴ | ۴/۵۵۲۸۱۳ |
| HS | ۰/۳۷۱۳۵۴ | ۰/۱۲۶۲۶۱ | ۳/۷۵۶۵۹۷ | ۵/۱۶۷۹۸۳ |
| ICA | ۰/۳۵۲۸۱ | ۰/۰۲۶۵۷۷ | ۴/۶۴۰۹۳۵ | ۴/۴۶۲۲۱ |

همان طور که در جدول (۵) مشاهده می‌شود الگوریتم‌های WCA، PSO و ICA توانسته‌اند SSQ را به مقدار بهینه نزدیک‌تر کنند. شکل (۲) هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مختلف و هیدروگراف خروجی مشاهداتی برای رودخانه کارده را نشان می‌دهد.




شکل ۲- هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده
Figure 2. Output routed hydrograph by algorithms for the Kardeh River

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]
[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

جدول ۶- پارامترهای آماری مورد بررسی برای رودخانه کارده

Table 6. The statistical parameters for the Kardeh River

| الگوریتم | $R^2$ | RMSE | MAE | d | MSE | NMSE | SSQ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| WCA | ۰/۷۸۲۱۳۹ | ۰/۷۱۱۲۴۶ | ۰/۴۱۹۷۹۸ | ۰/۹۲۵۹۶۷ | ۰/۵۰۵۸۷۱ | ۰/۲۳۵۵۹۶ | ۴/۵۵۲۸۳۹ |
| GA | ۰/۷۳۵۳۶۴ | ۰/۷۶۲۶۹۵ | ۰/۵۴۵۰۴ | ۰/۹۲۱۷۶۱ | ۰/۵۸۱۷۰۴ | ۰/۲۷۰۹۱۳ | ۵/۲۳۵۳۳۹ |
| PSO | ۰/۷۸۱۹۳۹ | ۰/۷۱۱۲۴۴ | ۰/۴۱۹۷۸۵ | ۰/۹۲۶۰۳۹ | ۰/۵۰۵۸۶۸ | ۰/۲۳۵۵۹۴ | ۴/۵۵۲۸۱۳ |
| HS | ۰/۷۳۸۸۲۳ | ۰/۷۵۷۷۷۳ | ۰/۵۴۵۶۶۹ | ۰/۹۲۰۶۳۸ | ۰/۵۷۴۲۲ | ۰/۲۶۷۴۲۸ | ۵/۱۶۷۹۸۳ |
| ICA | ۰/۷۷۸۸۰۳ | ۰/۷۱۱۹۷۸ | ۰/۴۱۸۱۱۴ | ۰/۹۲۷۲۲۹ | ۰/۵۰۶۹۱۲ | ۰/۲۳۶۰۸۱ | ۴/۵۶۲۲۱ |

همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود تمامی الگوریتم‌های فرا ابتکاری توانسته‌اند به خوبی سیلاب خروجی را روندیابی کنند. جدول (۶) عملکرد الگوریتم‌های مورد بررسی در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) را توسط پارامترهای آماری برای رودخانه کارده نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود الگوریتم WCA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) با RMSE (۰/۷۱۱۲۴۶)، MAE (۰/۴۱۹۷۹۸)، d (۰/۹۲۵۹۶۷)، MSE (۰/۵۰۵۸۷۱)، NMSE (۰/۲۳۵۵۹۶)، SSQ (۴/۵۵۲۸۳۹) و $R^2$ (۰/۷۸۲۱۳۹) همانند الگوریتم‌های PSO و ICA عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های GA و HS داشته‌اند. جدول (۷) مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده با استفاده الگوریتم‌های مختلف برای رودخانه کارده را نشان می‌دهد. همان‌گونه که نشان داده شد میزان دبی روندیابی شده با استفاده از الگوریتم WCA کمترین میزان فاصله و اختلاف را نسبت به دیگر الگوریتم‌های مورد بررسی از دبی خروجی مشاهداتی دارد. این نتیجه در هر دو رودخانه ویلسون و کارده حاصل شد که نشان‌دهنده عملکرد مناسب این الگوریتم در مسئله مورد نظر می‌باشد. همچنین الگوریتم WCA توانایی رفع بعضی نقایص الگوریتم‌های دیگر را داشته، به گونه‌ای که توانسته خود را نسبت به میزان خروجی به خوبی هم‌خوانی دهد. باید همچنین متذکر شد که این الگوریتم در رودخانه ویلسون به علت بیشتر بودن داده‌ها توانسته خود را با این رودخانه بیشتر وفق داده و داده‌های نزدیک‌تر به داده‌های واقعی حاصل کند.

تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی با استفاده از روش سعی و خطا کاری مشکل و با محاسبات طولانی است. در طول دو دهۀ گذشته از روش‌های متفاوتی برای تخمین این پارامترها استفاده شده است. روش‌های فرا ابتکاری یکی از راه حل‌هایی بوده‌اند که توانسته‌اند در تخمین این پارامترها موفق باشد. در مطالعه حاضر الگوریتم چرخه آب در تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی به کار رفته است. برای بررسی عملکرد. الگوریتم چرخه آب، نتایج حاصل از اجرای آن با الگوریتم‌های فرا ابتکاری دیگر مانند GA، PSO، HS و ICA مورد مقایسه قرار گرفته است. در این پژوهش به منظور برآورد مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلاب دو مثال موردی رودخانه ویلسون و کارده مورد بررسی قرار گرفته است. برای ارزیابی الگوریتم‌های مورد نظر از شاخص‌های آماری، ضریب تبیین ($R^2$)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطا (MAE)، مربع میانگین خطای استاندارد (MSE)، مربع میانگین خطای استاندارد نرمال شده (NMSE) و شاخص توافق ویلموت (d) استفاده شده است. الگوریتم WCA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) با RMSE (۲/۴۱۹۴۸۹)، MAE (۱/۸۸۶۶۶۹)، d (۰/۹۹۷۳۲۷)، MSE (۵/۸۵۳۹۲۹)، NMSE (۰/۰۱۰۵۳۷)، SSQ (۱۲۸/۷۸۶۴۳۸) و $R^2$ (۰/۹۹۲۶۹۶) برای رودخانه ویلسون همانند الگوریتم‌های PSO و ICA عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های GA و HS داشته‌اند همچنین پارامترهای آماری بدست آمده برای رودخانه کارده توسط الگوریتم WCA برابر با RMSE (۰/۷۱۱۲۴۶)، MAE (۰/۴۱۹۷۹۸)، d (۰/۹۲۵۹۶۷)، MSE (۰/۵۰۵۸۷۱)، NMSE (۰/۲۳۵۵۹۶)، SSQ (۴/۵۵۲۸۳۹) و $R^2$ (۰/۷۸۲۱۳۹) بوده است که حاکی از عملکرد مناسب الگوریتم چرخه آب در برآورد مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلاب بوده است.

جدول ۷- مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده

Table 7. The output routed hydrograph by the algorithms for the Kardeh River

| زمان (ساعت) | دبی ورودی ($m^3/s$) | دبی خروجی مشاهداتی ($m^3/s$) | دبی خروجی روندیابی شده ($m^3/s$) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | WCA | GA | PSO | HS | ICA |
| ۰ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ | ۲/۴۱ |
| ۶ | ۲/۵۶ | ۲/۴۱ | ۲/۳۷۰۶۷ | ۲/۳۶۵۲۷ | ۲/۳۷۰۶۲ | ۲/۳۶۵۶۹ | ۲/۳۶۹۱۱ |
| ۱۲ | ۷/۳۷ | ۲/۴۱ | ۱/۵۷۲۲۱ | ۱/۲۱۲۴۹ | ۱/۵۶۹۷۶ | ۱/۲۴۶۴۵ | ۱/۵۰۹۲۵ |
| ۱۸ | ۷/۹۳ | ۲/۴۱ | ۳/۵۰۶۷ | ۳/۳۸۱۴۶ | ۳/۵۰۷۱۱ | ۳/۳۴۱۱ | ۳/۴۹۷۹ |
| ۲۴ | ۲/۶۶ | ۵/۷۷ | ۵/۶۲۰۸۲ | ۵/۹۱۳۰۱ | ۵/۶۲۴۶۱ | ۵/۸۱۰۸۵ | ۵/۶۹۵۸۷ |
| ۳۰ | ۲/۵۶ | ۶/۱۶ | ۴/۵۴۰۱۵ | ۴/۷۴۸۴۵ | ۴/۵۴۱۳۹ | ۴/۶۹۵۵۴ | ۴/۵۶۰۳۸ |
| ۳۶ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۵۰۵۸۵ | ۲/۴۰۱۱۳ | ۲/۵۰۶۲۱ | ۲/۳۳۸۶۹ | ۲/۵۱۰۹۱ |
| ۴۲ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۴۸۹۴۳ | ۲/۳۴۴۷۷ | ۲/۴۸۸۸۲ | ۲/۲۴۱۵۳ | ۲/۴۸۱۶۳ |
| ۴۸ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۵۱۸۹۲ | ۲/۵۸۰۷۵ | ۲/۵۱۹۹۳ | ۲/۶۶۹۶۳ | ۲/۵۳۰۴۶ |

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

## منابع


1. Baghipour, R., S.M. Hosseini and Z. Boor. 2014. A Water Cycle Algorithm for Optimal Allocation of DGs in Distribution System Considering Environmental Profit. International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology, 4: 430-45 (in Persian).
2. Barati, R., G. Akbari and M. Fadafan. 2010. Presentation an algorithm for estimating parameters of nonlinear Muskingum method. 9th Conference of Iran hydraulic, Tehran (In Persian).
3. Bozorg Haddad, O., M. Moravej and H.A. Loáiciga. 2014. Application of the Water Cycle Algorithm to the Optimal Operation of Reservoir Systems. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 10 (in Persian).
4. Chen, J. and X. Yang. 2007. Optimal parameter estimation for Muskingum model based on gray encoded accelerating genetic algorithm. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 12: 849-858.
5. Chu, H.J. and L.C. Chang. 2009. Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. Journal of Hydrologic Engineering, 14: 1024-1027.
6. Das, A. 2004. Parameter estimation for Muskingum models. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2: 140-147.
7. Eskandar, H., A. Sadollah, A. Bahreininejad and M. Hamdi. 2012. Water cycle algorithm- A novel meta-heuristic optimization method for solving constrained engineering optimization problems. Computers and Structures, 110: 151-166.
8. Eskandar, H., A. Sadollah and A. Bahreininejad. 2013. Weight optimization of truss structures using water cycle algorithm. International Journal of Optimization in Civil Engineering, 1: 115-129.
9. Geem, Z.W. 2006. Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model using the BFGS technique. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 5: 474-478.
10. Gill, M.A. 1978. Flood routing by Muskingum method. Journal of Hydrology, 36: 353-363.
11. Hamedi, F., O. Bozorg Haddad and A. Vatan khah. 2012. Improve nonlinear Muskingum model by a new combinatorial storage equation. 5th National Conference on Water Resources Management, Tehran (In Persian).
12. Karahan, H., G. Gurarslan, A.M. ASCE and Z.W. Geem. 2013. Parameter Estimation of the Nonlinear Muskingum Flood-Routing Model Using a Hybrid Harmony Search Algorithm. Journal of Hydrologic Engineering, 18: 352-360.
13. Kim J.H., Z.W. Geem and E.S. Kim. 2001. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search. Journal of the American Water Resources Association, 37: 1131-1138.
14. McCarthy, G.T. 1938. The unit hydrograph and flood routing. Proc. Conf. of North Atlantic Division, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, DC.
15. Mirzazade, P. 2013. Investigation flood routing methods in river and reservoirs. M.Sc Thesis. Sistan and Baluchestan University. Civil college. Sistan and Baluchestan province. Iran. 86 (in Persian).
16. Mohammad Ghaleni, M., O. Bozorg Haddad and K. Ebrahimi. 2010. Optimization nonlinear Muskingum model's parameters by simulated optimization Nord algorithm. Journal of Water and Soil, 24: 908-919 (In Persian).
17. Mohan, S. 1997. Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using genetic algorithm. Journal of Hydraulic Engineer, 123: 137-142.
18. Nourali, M., B. Ghahraman., M. Pourreza Bilondi and K. Davary. 2017. Uncertainly estimation of HEC-HMS floof simulation model using Markov Chain Monte Carlo algorithm. Journal of watershed management research, 8: 235-249.
19. Premual, M. and K.G. RangaRaju. 1998. Variable-parameter stage-hydrograph routing method: I Theory. Journal of Hydrologic Engineering, ASCE, 3: 109-114.
20. Premual, M., P.E. O'Donnell and K.G. RangaRaju. 2001. Field application of a variable parameter Muskingum-Cunge method, Journal of Hydrologic Engineering, 6: 196-207.
21. Saghi, H. and A. Delbari. 2013. Investigation performance linear and nonlinear models for routing focus Muskingum flood. 15th Fluid Dynamic Conference, 7, Bandar Abbas (in Persian).
22. Samani, H. and G. Shamsipour. 2003. Flood routing by nonlinear optimization. Hydraulic magazine, 42: 55-59 (In Persian).
23. Shaabani Bazneshin, A., A. Emadi and R. Fazloula. 2016. Investigation the flooding poteitial of basins and determination flood producing areas (Case study: Neka Basin). Journal of watershed Management Research, 7: 20-28.
24. Sheikh, Z., A. Dehvari and M. Ebrahimi. 2016. Regional flood frequency analysus application of canonical kriging method on Mazandaran Province Watersheds. Journal of watershed management research, 7: 38-47 (In Persian).
25. Singh, V.P. and P.D. Scarlatos. 1987. Analysis of nonlinear Muskingum flood routing. Journal of Hydrologic Engineering, 113: 61-79.
26. Tung, Y.K. 1985. River flood routing by nonlinear Muskingum method. Journal of Hydrologic Engineering, 111: 1447-1460.
27. Wilson, E.M. 1974. Engineering Hydrology, MacMillan Education, Hampshire, United Kingdom. 348.


[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]

# Parameter Estimation of the Nonlinear Muskingum Flood-Routing Model Using Water Cycle Algorithm

**Saeid Akbarifard[1], Kourosh Qaderi[2] and Maryam Aliannejad[3]**

1 and 2- Graduated M.Sc. Student and Assistant Professor, Department of Water Resources Engineering, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman
3- Graduated M.Sc. Student in Water Resources Engineering, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman. (Corresponding author: Maryam.aliannejad@gmail.com)
Received: September 16, 2015 Accepted: April 27, 2016

## Abstract

Flood routing in river is one of important issues in water engineering projects. Hydraulic routing is common in especially in river that has branches and river that have not basin information. So as to need obtain cross section and slops in all interval of river that Muskingum helps by saving time and cost. In this paper, a Water Cycle Algorithm (WCA) is proposed for the parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. The results of the developed model were compared with those of the other metaheuristic algorithms including Genetic Algorithm (GA), Particle Swarm Optimization (PSO), Harmony Search Algorithm (HS) and Imperialist Competitive Algorithm (ICA). In the proposed technique, an indirect penalty function approach is imposed on the model to prevent negativity of outflows and storages. The proposed algorithm finds the global or near-global minimum regardless of the initial parameter values with fast convergence. The proposed algorithm found the best solution among 5 different methods. The results demonstrate that the proposed algorithm can be applied confidently to estimate optimal parameter values of the nonlinear Muskingum model. Moreover, this algorithm may be applicable to any continuous engineering optimization problems.

**Keywords:** Flood routing, Parameters, Hydrologic models, Optimization

[ Downloaded from jwmr.sanru.ac.ir on 2026-11-08 ]

[ DOI: 10.29252/jwmr.8.16.34 ]